◎ 複素数の相等

a, b, c, d が実数のとき、

1. $a+bi=0 \iff a=b=0$

2. $a+bi=c+di \iff a=c$ かつ $b=d$

（1の証明）

まず、「$a=b=0 \Rightarrow a+bi=0$」…① を示す

$a=b=0$ のとき、$a+bi=0+0i=0$

よって、① は成り立つ。

次に、「$a+bi=0 \Rightarrow a=b=0$」…② を示す

$a+bi=0$ のとき、$b\neq 0$ であると仮定すると、←（ア）

$a+bi=0$ より、$i=-\dfrac{a}{b}$ …③

a, b は実数より、$-\dfrac{a}{b}$ は実数であるが、③より、

i が虚数であることに矛盾。 $\therefore b=0$

よって、$a+bi=0$ かつ $b=0$ より、$a=0$

したがって、② は成り立つ

以上より、$a+bi=0 \iff a=b=0$ （証明終）

（2の証明）

a, b, c, d は実数より、$a-c$、$b-d$ は実数である。

$a+bi=c+di$

$\iff a-c+(b-d)i=0$

$\iff a-c=b-d=0$

$\iff a=c$ かつ $b=d$

1を証明したので、使える

よって、$a+bi=c+di$ //

（コメント）

(2)の証明の別解として、1の結果を用いずに、

$a-c+(b-d)i=0 \iff a-c=b-d=0$ を左の1の証明と

同様に示すこともできる。

$\boxed{\text{補足}}$ 1の証明の(ア)の部分の

②の証明のときに用いた「$p \Rightarrow q$」の否定の仕方

「$p \Rightarrow q$」の否定は、「$\underbrace{\text{仮定}}_{p}$ が成り立っているとき、$\underbrace{\text{結論}}_{q}$ が成り立たない」

$\boxed{\text{NG}}$ $p \underset{\times}{\Rightarrow} q$ でない

$\boxed{\text{OK}}$
- p のとき、q でない
- p であって、q でない
- p かつ $\overline{q}$

など