

3次関数のグラフと極値をもつ条件

① 3次関数のグラフ

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) について.

$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ である.

また、 $f'(x) = 0$ の判別式を D とする.

(I) $a > 0$ のとき.

$f'(x)$: 下に凸の放物線

<p>① $D > 0$</p>	<p>② $D = 0$</p>	<p>③ $D < 0$</p>
<p>$f(x)$ において、 符号変化が起これるので、 <u>極値をもつ</u></p>	<p>$f(x)$ において 符号変化が起これ ないので、 <u>極値をもたない</u> また、$f(x)$ は <u>単調増加である</u></p>	<p>$f(x)$ において 符号変化が起これ ないので、 <u>極値をもたない</u> また、$f(x)$ は <u>単調増加である</u></p>

(II) $a < 0$ のとき.

<p>① $D > 0$</p>	<p>② $D = 0$</p>	<p>③ $D < 0$</p>
<p>$f(x)$ において、 符号変化が起これるので、 <u>極値をもつ</u></p>	<p>$f(x)$ において 符号変化が起これ ないので、 <u>極値をもたない</u> また、$f(x)$ は <u>単調減少である</u></p>	<p>$f(x)$ において 符号変化が起これ ないので、 <u>極値をもたない</u> また、$f(x)$ は <u>単調減少である</u></p>

★ $f(x)$ が極値をもつための条件は、
「 $f'(x)$ の符号 (\oplus or \ominus) が変化すること」

★ 3次関数 $f(x)$ において、 $f'(x) = 0$ の判別式を D とする。

1. 「 $f(x)$ が極値をもつ」 $\Leftrightarrow D > 0$

2. 「 $f(x)$ が極値をもたない」 $\Leftrightarrow D \leq 0$

← $f'(x) = 0$ は (重) 解をもつが、符号変化が起これないので、極値をもたない