２次曲線　基本事項

◎ ２次曲線

１．放物線

定義　定点 (焦点)からの距離と定直線 (準線) からの距離が等しい点の軌跡

Ⅰ．標準形　$y^2=4px$

① 焦点　$(p, 0)$

② 準線　$x=-p$

③ 点(x_1, y_1) における接線の方程式は $y_1y=2p(x+x_1)$

Ⅱ．標準形　$x^2=4py$

① 焦点　$(0, p)$

② 準線　$y=-p$

③ 点(x_1, y_1) における接線の方程式は $x_1x=2p(y+y_1)$

２．楕円

定義　２定点 (焦点)からの距離の和が一定の点の軌跡

Ⅰ．標準形　$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$

① 焦点 $(\sqrt{a^2-b^2},\ 0)$, $(-\sqrt{a^2-b^2},\ 0)$

② 長軸の長さ $2a$　,短軸の長さ $2b$

③ 距離の和 $2a$

④ 点(x_1, y_1) における接線の方程式は $\dfrac{x_1x}{a^2}+\dfrac{y_1y}{b^2}=1$

Ⅱ．標準形　$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(b>a>0)$

① 焦点 $(0, \sqrt{b^2-a^2})$, $(0, -\sqrt{b^2-a^2})$

② 長軸の長さ $2b$　,短軸の長さ $2a$

③ 距離の和 $2b$

④ 点(x_1, y_1) における接線の方程式は $\dfrac{x_1x}{a^2}+\dfrac{y_1y}{b^2}=1$

３．双曲線

定義　２定点 (焦点)からの距離の差が一定の点の軌跡

Ⅰ．標準形　$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0, b>0)$

① 焦点 $(\sqrt{a^2+b^2},\ 0)$, $(-\sqrt{a^2+b^2},\ 0)$

② 漸近線 $y=\pm\dfrac{b}{a}x$ $\left(\dfrac{x}{a}\pm\dfrac{y}{b}=0\right)$

③ 距離の差 $2a$

④ 点(x_1, y_1) における接線の方程式は $\dfrac{x_1x}{a^2}-\dfrac{y_1y}{b^2}=1$

Ⅱ．標準形　$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=-1$ $(a>0, b>0)$

① 焦点 $(0, \sqrt{a^2+b^2})$, $(0, -\sqrt{a^2+b^2})$

② 漸近線 $y=\pm\dfrac{b}{a}x$ $\left(\dfrac{x}{a}\pm\dfrac{y}{b}=0\right)$

③ 距離の差 $2b$

④ 点(x_1, y_1) における接線の方程式は $\dfrac{x_1x}{a^2}-\dfrac{y_1y}{b^2}=-1$

◎ ２次曲線の媒介変数(パラメータ)表示

1. 放物線 $y^2=4px$ の媒介変数表示は、$x=pt^2$, $y=2pt$
2. 楕円 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ の媒介変数表示は、$x=a\cos\theta$, $y=b\sin\theta$
3. 双曲線 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ の媒介変数表示は、$x=\dfrac{a}{\cos\theta}$, $y=b\tan\theta$