２次関数　演習プリント

1．(1) 札幌学院大　(2) 摂南大

次の問いに答えよ。

(1)　放物線 $y=x^2+x$ を平行移動して点 $(2,\ 4)$ を通り，頂点が直線 $y=3x$ 上にあり，原点を通らない放物線の方程式を求めよ。

(2)　2 次関数 $y=2x^2+ax+b$ のグラフを x 軸方向に 1，y 軸方向に -2 だけ平行移動したところ，x 軸と 2 点 $(-1,\ 0)$，$(1,\ 0)$ で交わるグラフが得られた。このとき，$a=\boxed{\text{ア}}$，$b=\boxed{\text{イ}}$ である。

2．［北里大］

k を正の定数とし，2 つの放物線 $y=-x^2+3x-2k$，$y=x^2+2kx+4k$ をそれぞれ C_1，C_2 とする。C_1 の頂点の y 座標が 1 であるとき，k の値は $\boxed{\text{ア}}$ である。C_2 が x 軸と接するとき，k の値は $\boxed{\text{イ}}$ である。また，x 軸が C_1 と C_2 のどちらとも共有点をもたないような定数 k の値の範囲は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

3．［近畿大］

座標平面上で直線 $\ell：y=x+2$ と放物線 $C：y=x^2-2tx+2t^2-2t+2$　を考える。

(1)　$t=3$ のとき，C の頂点の座標は $(\boxed{\text{ア}},\ \boxed{\text{イ}})$ である。

(2)　C の頂点の y 座標が最も小さくなるのは $t=\boxed{\text{ウ}}$ のときである。

このとき，C の頂点の y 座標は $\boxed{\text{エ}}$ である。

(3)　ℓ と C が異なる 2 つの共有点をもつための必要十分条件は，t の値が

$$\frac{\boxed{\text{オ}}-\sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{2}<t<\frac{\boxed{\text{キ}}+\sqrt{\boxed{\text{ク}}}}{2}$$

の範囲にあることである。

(4)　ℓ と C が異なる 2 つの共有点 A，B をもつとする。線分 AB の長さは，

$t=\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ のとき最大となり，その最大値は $\boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}$ である。

4．［広島修道大］

x，y が $y=-x^2+1$，$-1\leqq x\leqq 2$ を満たすとき，x^2+y^2 の最大値は $\boxed{\text{ア}}$ であり，最小値は $\boxed{\text{イ}}$ である。

5．［名城大］

定義域が $-1\leqq x\leqq 1$ であるとき，関数 $y=(x^2-2x-1)^2-6(x^2-2x-1)+5$ の最大値は $\boxed{\text{ア}}$，最小値は $\boxed{\text{イ}}$ である。

6．［東京理科大］

a を実数の定数とし，x の関数 $f(x)=ax^2+4ax+a^2-1$ を考える。区間 $-4\leqq x\leqq 1$ における関数 $f(x)$ の最大値が 5 であるとき，定数 a の値を求めよ。

7．［関西学院大］

a を $a\geqq 0$ とし，関数 $f(x)=x^2+2ax-6x-a^2+3a+5$ $(1\leqq x\leqq 5)$ を考える。$f(x)$ の最小値を a の式で表すと，$0\leqq a\leqq\boxed{\text{ア}}$ のとき $\boxed{\text{イ}}$ となり，$\boxed{\text{ア}}<a$ のとき $\boxed{\text{ウ}}$ となる。また，$f(x)$ の最小値が 0 となるような a の値は $\boxed{\text{エ}}$ と $\boxed{\text{オ}}$ である。ただし，$\boxed{\text{エ}}<\boxed{\text{オ}}$ とする。

8．［奈良大］

a を実数として，$a\leqq x\leqq a+2$ で定義される関数 $f(x)=x^2-2x+3$ がある．
この関数の最大値，最小値をそれぞれ $M(a)$, $m(a)$ とするとき，関数 $M(a)$, $m(a)$ のグラフを(別々に)かけ．

9．［東北学院大］

2 次関数 $f(x)=x^2-2ax+a+2$ について，次の問いに答えよ。

(1)　$y=f(x)$ のグラフが点 $(1,\ 1)$ を通るとき，a の値を求めよ。

(2)　$0\leqq x\leqq 3$ における $f(x)$ の最小値を m とするとき，a を用いて m を表せ。

(3)　$0\leqq x\leqq 3$ において，常に $f(x)>0$ が成り立つような a の値の範囲を求めよ。

10．［名城大］

2 次関数 $y=-x^2+(m-10)x-m-14$ のグラフが，x 軸の正の部分と負の部分の両方と交わるとき，$m<\boxed{\text{ア}}$ である。また，このグラフが，x 軸の $x>1$ の部分と異なる 2 点で交わるとき，$m>\boxed{\text{イ}}$ である。

11．［関西学院大］

a を実数とする。xy 平面における放物線 $y=x^2-(2a+1)x+2a^2$ を C とする。C と x 軸は 2 個の共有点をもつとする。このとき a のとり得る値の範囲は $\boxed{\text{ア}}<a<\boxed{\text{イ}}$ である。a がこの範囲にあるとき，C と x 軸の 2 個の共有点の x 座標を α，β $(\alpha<\beta)$ とする。このとき，$\alpha<1<\beta$ となるような a の値の範囲は，$\boxed{\text{ウ}}<a<\boxed{\text{エ}}$ であり，$0<\alpha<1$，$\dfrac{3}{2}<\beta<2$ となるような a の値の範囲は $\boxed{\text{オ}}<a<\boxed{\text{カ}}$ である。

12．(1) 西南学院大　(2) 名城大

次の問いに答えよ。

(1)　2 次不等式 $ax^2+8x+b>0$ の解が $-1<x<5$ であるとき，a , b を求めよ。

(2)　$f(x)=ax^2+2x+2$，$g(x)=-\dfrac{2}{3}x+4$ とする。不等式 $f(x)\geqq g(x)$ を満たす範囲が $1\leqq x\leqq b$ であるとき，定数 a，b の値は，$a=-\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$，$b=\boxed{\text{ウ}}$ である。

13．［東北学院大］

不等式 $x^2-4x+3<0$ と $x^2-3kx+2k^2\leqq 0$ が共通の解をもつような k の値の範囲は $\boxed{}$ である。ただし $k>0$ とする。

14．［佛教大］

a を実数とし，x の 2 次不等式

$x^2-6x-7\leqq 0$ …… (i)　　$2x^2-4ax+2a^2-3\leqq 0$ …… (ii)

がある。

(1)　2 次不等式 (i) の解は，$\boxed{\text{ア}}\leqq x\leqq\boxed{\text{イ}}$ であり，2 次不等式 (ii) の解は，

$$a-\frac{\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}\leqq x\leqq a+\frac{\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$$ である。

(2)　2 次不等式 (i)，(ii) を同時に満たす実数 x が存在しないのは，

$$a\ \boxed{\text{オ}}\ \frac{\boxed{\text{カ}}-\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}\ \text{または，}\ a\ \boxed{\text{ケ}}\ \frac{\boxed{\text{コ}}+\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$$ のときである。ただし，$\boxed{\text{オ}}$，$\boxed{\text{ケ}}$ にあてはまるものは，下の ① ～ ⑤ から選べ。

①　$=$　　②　$>$　　③　$\geqq$　　④　$<$　　⑤　$\leqq$

(3)　2 次不等式 (i)，(ii) を同時に満たす整数 x の個数を n とする。

n の最小値は $\boxed{\text{ス}}$，最大値は $\boxed{\text{セ}}$ である。

15．［摂南大］

x，y が実数の値をとって変わるとき，$x^2-2xy+2y^2-2y+4x+6$ のとりうる最小の値を求めよ。

16．［南山大］

2 つの関数 $f(x)=x^2+4x+4$，$g(x)=-2x^2+4x+k$ がある。すべての x について $f(x)>g(x)$ となる実数 k の値の範囲は $\boxed{\text{ア}}$ であり，すべての x_1，x_2 の組について $f(x_1)>g(x_2)$ となる k の値の範囲は $\boxed{\text{イ}}$ である。