整数の性質　演習プリント

16題＋5題 (16題を何回も繰り返し解きましょう。余裕のある人は後半5題も繰り返し解いて身に着けよう。)

1．［佛教大］

16200 の正の約数の個数は，ア $\boxed{}$ 個である。また，この ア $\boxed{}$ 個の約数のうち奇数である数の総和は イ $\boxed{}$ である。

2．［慶応義塾大］

12^n の正の約数の個数が 28 個となるような自然数 n は，$n=\boxed{}$ である。

3．［大同大］

$8!=2^a(2b-1)$ を満たす自然数 a，b の値は $a=$ ア $\boxed{}$，$b=$ イ $\boxed{}$ である。自然数 c，d により $32!=2^c(2d-1)$ と表すとき，$c=$ ウ $\boxed{}$ である。$50!$ が 2^n で割り切れるような自然数 n の最大値は エ $\boxed{}$ である。

4．［大阪経済大］

2 つの分数 $\dfrac{104}{21}$，$\dfrac{182}{15}$ のいずれに掛けても積が自然数となるような分数のうち，最小のものは $\dfrac{ア\boxed{}}{イ\boxed{}}$ である。

5．［大阪経済大］

最大公約数が 8，最小公倍数が 240 である自然数の組 $(x,\ y)$ $(x<y)$ は全部で ア $\boxed{}$ 組ある。また，その中で 2 つの自然数の和が最も小さい組は $($イ $\boxed{}$，ウ $\boxed{})$ である。

6．［(1)　広島修道大　(2) 東京電機大］］

次の問いに答えよ。

(1)　n を自然数とするとき，$2n-1$ と $2n+1$ は互いに素であることを示せ。

(2)　和が 22，最小公倍数が 60 となる 2 つの自然数を求めよ。

7．［広島修道大］

(1)　8633 と 6052 の最大公約数を求めよ。

(2)　方程式 $8633x+6052y=1068$ の整数解をすべて求めよ。

8．［名城大］

(1)　71 と 33 が互いに素であることを示せ。

(2)　$71x-33y=1$ を満たす整数 x，y の組を 1 つ求めよ。

(3)　71 で割ると 2 余り，33 で割ると 7 余る自然数のうち，4 桁で最小のものを求めよ。

9．［大阪経済大］

方程式 $xy-4x-2y-4=0$ を満たす自然数 x，y の組は全部で ア $\boxed{}$ 組ある。それらの組のうち，x の値が最大であるのは $(x,\ y)=$ イ $\boxed{}$ である。

10．愛媛大］

$2m^2-n^2-mn-m+n=18$ を満たす自然数 m，n を求めよ。

11．［愛知工業大］

$\sqrt{24m}$ が自然数となるような最小の自然数 m は $m=$ ア $\boxed{}$ である。また，$\sqrt{n^2+60}$ が自然数となるような最大の自然数 n は $n=$ イ $\boxed{}$ である。

12．［関西大］

a，b，c を正の整数とする。

(1)　a^2 を 3 で割った余りは 0 または 1 であることを示せ。

(2)　$a^2+b^2=c^2$ を満たすとき，a，b，c の積 abc が 3 の倍数であることを示せ。

(3)　$a^2+b^2=225$ を満たす a，b の値を求めよ。

13．［大阪工業大］

$2^6=13\times$ ア $\boxed{}-1$ であり，2^{100} を 13 で割ると イ $\boxed{}$ 余る。

14．［大阪経済大］

次の問いに答えよ。

(1)　2 進法の小数 $0.111_{(2)}$ を 10 進法の小数で表すと $0.\boxed{}$ である。

(2)　$\dfrac{18}{13}$ を小数を用いて書けば，小数第 200 位の数字は $\boxed{}$ である。

15．［昭和女子大］

2 進法で 10 桁で表される自然数の総数を求めよ。

16．［星薬科大］

a，b，c をそれぞれ 1 桁の数として，3 桁の数を abc と表記するとき，7 進法で表すと 3 桁の数 $\mathrm{abc}_{(7)}$ になり，5 進法で表すと 3 桁の数 $\mathrm{bca}_{(5)}$ になる数を 10 進法で表すと $\boxed{}$ である。

17．［自治医科大］

整数 n は $1\leqq n\leqq 100$ を満たす。n，$n+2$，$n+4$ がすべて素数となる整数 n は何個あるか。

18．［立命館大］

自然数 n に対して，$d(n)$ を n の正の約数の個数とする。ただし，n の約数は，1 と n 自身を含む。

(1)　63 を素因数分解すると ア $\boxed{}$ である。したがって，$d(63)=$ イ $\boxed{}$ となる。

$63^2\cdot 5$ について同様に考えると $d(63^2\cdot 5)=$ ウ $\boxed{}$ である。

(2)　$d(n)=2$ となる自然数 n で $1\leqq n\leqq 35$ を満たすものは全部で エ $\boxed{}$ 個ある。それらのうち，正の約数の総和が 30 となるものは $n=$ オ $\boxed{}$ である。

また，$d(n)=3$ となる自然数 n で $1\leqq n\leqq 1000$ を満たすものは全部で カ $\boxed{}$ 個ある。それらのうち，正の約数の総和が 57 となるものは $n=$ キ $\boxed{}$ である。

(3)　n は $1\leqq n\leqq 1000$ を満たすとする。また，α，β を自然数とし，p，q を相異なる素数とする。

(i)　$n=p^\alpha$ と表される場合

$d(n)$ の最大値は，$n=$ ク $\boxed{}$ のとき，ケ $\boxed{}$ である。

(ii)　$n=p^\alpha\cdot q^\beta$ と表される場合

$d(n)$ の最大値は，$n=$ コ $\boxed{}$ のとき，サ $\boxed{}$ である。

19．［名古屋市立大］

自然数 x，y，z は条件 $x\leqq y\leqq z$ および $xy+yz+zx=xyz$ を満たすとする。

(1)　不等式 $x\leqq 3$ を示せ。

(2)　与えられた条件を満たす x，y，z の組をすべて求めよ。

20．［東京女子大］

$abcd=a+b+c+d$ を満たす正の整数 a，b，c，d の組をすべて求めよ。

21．［神戸薬科大］

どのような負でない整数 x，y を用いても $n=3x+7y$ の形で表せない自然数 n をすべて答えよ。また，$2008=3x+7y$ を満たす正の整数 x，y の組は何個あるか答えよ。