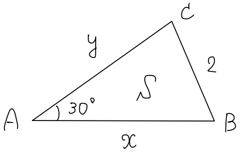
(下)



$S=\frac{1}{2}xy\sin 30^\circ=\frac{1}{4}\underset{\sim}{xy}\leq$ ▨

ここが欲しい

(考え方)　xyは、ある一定値以下、つまり、

$xy\leq k$(一定)の形を作れれば、$S\leq\frac{k}{4}$(一定)の形ができる。

相加・相乗平均の関係は、$\underbrace{a+b}_{和}\geq 2\sqrt{\underbrace{ab}_{積}}$ であり、和と積の関係になっている。

$\boxed{解答}$　$AB=x$, $AC=y$とおくと、　$\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$

$S=\frac{1}{2}xy\sin 30^\circ=\frac{1}{4}xy$

△ABCにおいて、余弦定理より、　$\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$4=x^2+y^2-2xy\cos 30^\circ=\underset{\sim}{x^2+y^2}-\sqrt{3}xy$　…①

ここを積xyの形に変えたい

ここで、$x^2>0$, $y^2>0$より、相加・相乗平均の関係から、

$x^2+y^2\geq 2\sqrt{x^2\cdot y^2}=2xy$　$(\because x>0, y>0)$

よって、$x^2+y^2-\sqrt{3}xy\geq 2xy-\sqrt{3}xy$

①より、　$4\geq(2-\sqrt{3})xy$　xyについて、解いた

$\therefore$　$xy\leq 4(2+\sqrt{3})$　$S=\frac{1}{4}xy\leq\frac{1}{4}\cdot 4(2+\sqrt{3})$

$\therefore$　$S\leq 2+\sqrt{3}$

等号成立条件は、$x^2=y^2$より、$x=y$である。

したがって、

Sは、$x=y$のとき、最大値$2+\sqrt{3}$をとる。//

ちなみに、x, yを求めると、

① or ①を利用して作った$xy\leq 4(2+\sqrt{3})$の等号成立するときの

$xy=4(2+\sqrt{3})$に　$y=x$を代入すると

$x^2=8+4\sqrt{3}$

$x>0$より、　$x=\sqrt{8+4\sqrt{3}}=\sqrt{8+2\sqrt{12}}=\sqrt{6}+\sqrt{2}$

よって、　$x=y=\sqrt{6}+\sqrt{2}$