

数列の復習④ 解答

1 次の数列は 等比数列 といって、初項に次々と一定の数を掛けて得られたものである。□ に適する数を入れよ。

(1) 4, 8, 16, 32, □, □, …… (2) 2, -6, 18, □, □, ……

(1) $8 \div 4 = 2$ であるから、この数列は初項に次々と 2 を掛けて得られたものである。

よって 4, 8, 16, 32, 64, 128, ……

(2) $-6 \div 2 = -3$ であるから、この数列は初項に次々と -3 を掛けて得られたものである。

よって 2, -6, 18, -54, 162, ……

2 次のような等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) 初項 5, 公比 3

(2) 初項 1, 公比 -7

(3) 初項 7, 公比 $-\frac{1}{2}$

(4) 初項 -3, 公比 3

(5) $\frac{1}{4}, \frac{1}{16}, \frac{1}{64}, \frac{1}{256}, \dots$

(6) -5, -10, -20, -40, ……

初項 a 、公比 r の等比数列の一般項 a_n は $a_n = a \cdot r^{n-1}$

イメージ

$a, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n$

$\times r \quad \times r \quad \times r \quad \dots \quad \times r \quad \times r$

($n-1$)個

a_n は初項 a に公比 r を ($n-1$) 個 かけたもの

$a_n = a \cdot (\underbrace{r \times r \times \dots \times r}_{(n-1)\text{個}}) = a \cdot r^{n-1}$

(1) $a_n = 5 \cdot 3^{n-1}$

(2) $a_n = 1 \cdot (-7)^{n-1} = (-7)^{n-1}$

(3) $a_n = 7 \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

(4) $a_n = -3 \cdot 3^{n-1}$ すなわち $a_n = -3^n$

(5) 初項 $\frac{1}{4}$, 公比 $\frac{1}{4}$ の等比数列より $a_n = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{4}\right)^n$

(6) 初項 -5, 公比 2 の等比数列より $a_n = -5 \cdot 2^{n-1}$

3 次のような等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。ただし、公比は実数とする。

(1) 初項が -2, 第 4 項が 128

(2) 第 2 項が 9, 第 4 項が 81

(1) 公比を r とする。

第 4 項が 128 であるから $(-2) \cdot r^3 = 128$ すなわち $r^3 = -64$

r は実数であるから $r = -4$

よって、求める一般項は $a_n = -2(-4)^{n-1}$

(2) 初項を a , 公比を r とすると $a_n = ar^{n-1}$

第 2 項が 9 であるから $ar = 9$ …… ①

第 4 項が 81 であるから $ar^3 = 81$ …… ②

①, ② より $r^2 = 9$ これを解くと $r = \pm 3$

① から、 $r = 3$ のとき $a = 3$, $r = -3$ のとき $a = -3$

よって、一般項は $a_n = 3 \cdot 3^{n-1}$ または $a_n = -3(-3)^{n-1}$

すなわち $a_n = 3^n$ または $a_n = (-3)^n$