◎ 不定積分

$$\underset{f(x)\text{の原始関数}}{F(x)} \xrightarrow{\text{微分}} \boxed{f(x)} \xrightarrow{\text{微分}} \underset{f(x)\text{の導関数}}{f'(x)}$$

（ちなみに、$f(x)$は$F(x)$の導関数）
微分して得られる関数

導関数が $f(x)$ である（微分すると $f(x)$ になる）ような x の関数を $f(x)$ の **原始関数** という。$F(x)$ が $f(x)$ の原始関数のとき、$f(x)$ の任意の原始関数は、定数 C を用いて、$F(x)+C$ と表せる。

$F(x)+C$ を $f(x)$ の **不定積分** といい、$\int f(x)dx$ と表す。

$$\boxed{F'(x)=f(x)\text{のとき、}\int f(x)dx = F(x)+C \quad (C\text{は積分定数})}$$

（説明） 微分して $2x$ になる関数は無数にある。（$2x$ の原始関数は1つではない）

	微分
x^2	$\longrightarrow 2x$
x^2+1	$\longrightarrow 2x$
x^2+2	$\longrightarrow 2x$
x^2+3	$\longrightarrow 2x$
⋮	$\longrightarrow$ ⋮

x^2 や x^2+1 などは、$2x$ の原始関数の1つである。

（高校数学では、不定積分の1つと言っても問題ない）

x^2+C（Cは任意の定数） ← これが $2x$ の不定積分（そう決めたから）

不定積分は、原始関数すべてを求めると思えばよい。

$2x$ の不定積分は、x^2+C（Cは積分定数）であり、$\int 2x dx = x^2+C$ と書く。

不定積分は、一般に、「（原始関数の1つ）$+C$」と表せるので、

$\int 2x dx = x^2+10+C$ や $\int 2x dx = x^2-7+C$ でも間違いではないが、

（$2x$の原始関数の1つ）

ふつう、原始関数の1つは、定数項が0であるものを使うのが一般的である。

◎ 定積分

$f(x)$ の原始関数の1つが $F(x)$ であるとき、

2つの実数 a, b に対して、$F(b)-F(a)$ の値は、原始関数 $F(x)$ の選び方に関わらず、一定の値となる。

$F(b)-F(a)$ を $f(x)$ の a から b までの **定積分** といい、$\int_a^b f(x)dx$ と表す。

$$\boxed{F'(x)=f(x)\text{のとき、}\int_a^b f(x)dx = \Big[F(x)\Big]_a^b = F(b)-F(a)}$$

（説明） $f(x)$ の不定積分は、原始関数の1つ $F(x)$ と積分定数 C を用いて、$\int f(x)dx = F(x)+C$ と表すと決めたように、

（定数項が0であるものを使うのが一般的）

定積分も同様に、原始関数 $F(x)$ は定数項が0であるものを使うのが一般的である。（定積分の値は、原始関数によらないので）

① $\int_a^b 2x dx = \Big[x^2\Big]_a^b = b^2-a^2$

$2x$の原始関数の1つ

② $\int_a^b 2x dx = \Big[x^2+1\Big]_a^b = (b^2+1)-(a^2+1) = b^2-a^2$

③ $\int_a^b 2x dx = \Big[x^2-5\Big]_a^b = (b^2-5)-(a^2-5) = b^2-a^2$

$2x$ の原始関数の1つは、x^2, x^2+1, x^2-5 など無数にあるが、定数項は、差をとったときに消えるので、①〜③のどれもOKだが①で書くのが一般的。