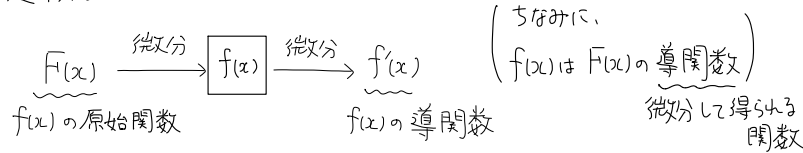


◎ 不定積分



導関数が  $f(x)$  である (微分すると  $f(x)$  になる) ような  $x$  の関数を  $f(x)$  の **原始関数** という。  $F(x)$  が  $f(x)$  の原始関数のとき、  $f(x)$  の任意の原始関数は、定数  $C$  を用いて、  $F(x) + C$  と表せる。  $F(x) + C$  を  $f(x)$  の **不定積分** といひ、  $\int f(x) dx$  と表す。

$$F'(x) = f(x) \text{ のとき、 } \int f(x) dx = F(x) + C \text{ ( } C \text{ は積分定数)}$$

(説明) 微分して  $2x$  になる関数は無数にある。(  $2x$  の原始関数は1つではない)

$x^2$	→	$2x$	$x^2$ や $x^2+1$ などとは、 $2x$ の原始関数の1つである。 (高校数学では、不定積分の1つと言っても問題ない)
$x^2+1$	→	$2x$	
$x^2+2$	→	$2x$	
$x^2+3$	→	$2x$	
$\vdots$	→	$\vdots$	

$x^2 + C$  ( $C$  は任意の定数)。 ← これが  $2x$  の不定積分 (こう決めたから)

不定積分は、原始関数すべてを求めると思えばよい。

$2x$  の不定積分は、  $x^2 + C$  ( $C$  は積分定数) であり、  $\int 2x dx = x^2 + C$  と書く。

不定積分は、一般に、「原始関数の1つ」 +  $C$  と表せるので、

$$\int 2x dx = \underbrace{x^2 + 10 + C}_{(2x \text{ の原始関数の1つ})} \text{ や } \int 2x dx = \underbrace{x^2 - 7 + C}_{(2x \text{ の原始関数の1つ})} \text{ でも間違いではないか}$$

ふつう、原始関数の1つは、定数項が0であるものを使うのが一般的である。

◎ 定積分

$f(x)$  の原始関数の1つ  $F(x)$  であるとき、  
 2つの実数  $a, b$  に対して、  $F(b) - F(a)$  の値は、原始関数  $F(x)$  の  
 選び方に関わらず、一定の値となる。

$F(b) - F(a)$  を  $f(x)$  の  $a$  から  $b$  までの **定積分** といひ、  $\int_a^b f(x) dx$  と表す。

$$F'(x) = f(x) \text{ のとき、 } \int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

(説明)  $f(x)$  の不定積分は、原始関数の1つ  $F(x)$  と積分定数  $C$  を用いて、

$$\int f(x) dx = F(x) + C \text{ と表すと決めたように、}$$

(定数項が0であるものを使うのが一般的)

定積分も同様に、原始関数  $F(x)$  は定数項が0であるもの  
 使うのが一般的である。(定積分の値は、原始関数によらないので)

- ①  $\int_a^b 2x dx = [x^2]_a^b = b^2 - a^2$  ←  $2x$  の原始関数の1つは、 $x^2, x^2+1, x^2-5$  など無数にあるが、定数項は、差をとったときに消えるので、①~③のどれでもOKだが、①で書くのが一般的。
- ②  $\int_a^b 2x dx = [x^2+1]_a^b = (b^2+1) - (a^2+1) = b^2 - a^2$
- ③  $\int_a^b 2x dx = [x^2-5]_a^b = (b^2-5) - (a^2-5) = b^2 - a^2$