

無理関数と合成関数

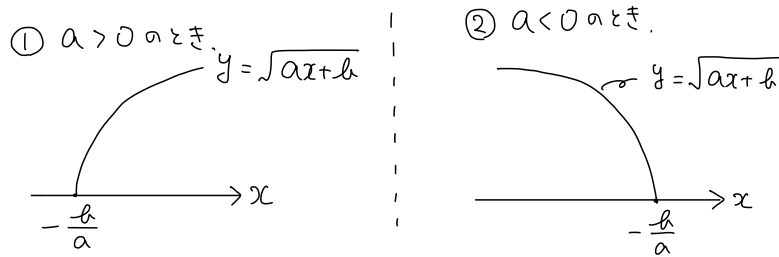
① 無理関数のグラフ

$y = \sqrt{ax}$ ($a > 0$) について、定義域は $x \geq 0$, 値域は $y \geq 0$

↓ x 軸方向に R だけ平行移動

$y = \sqrt{a(x-R)}$ となり、定義域は $x \geq R$, 値域は $y \geq 0$

• $y = \sqrt{ax+b}$ のグラフの描き方



根号(ルート)の前がプラスなので、上に伸びる ($y \geq 0$)

$$\begin{cases} a > 0 \text{ のとき、右に伸びる } (x \geq -\frac{b}{a}) \\ a < 0 \text{ のとき、左に伸びる } (x \leq -\frac{b}{a}) \end{cases} \dots (*)$$

★ 定義域は、根号内(ルートの中身)が0以上という不等式を解いて、求めるとよい。

★ $y = -\sqrt{ax+b}$ のグラフは、(*)の部分は同じで、根号(ルート)の前がマイナスなので、下に伸びる ($y \leq 0$)

② 合成関数

関数 $f(x), g(x)$ において、

$$\underbrace{a}_{\text{入力}} \xrightarrow{f} \underbrace{f(a)}_{\text{出力}}, \quad \underbrace{f(a)}_{\text{入力}} \xrightarrow{g} \underbrace{g(f(a))}_{\text{出力}}$$

1回の入力と出力で、 a から $g(f(a))$ に対応させる関数が $(g \circ f)(x)$ である。

$$\underbrace{a}_{\text{入力}} \xrightarrow{g \circ f} \underbrace{g(f(a))}_{\text{出力}} \text{ (or } (g \circ f)(a) \text{)}$$

関数 $f(x), g(x)$ において、 $g(x)$ の値域が $f(x)$ の定義域に含まれるとき、関数 $(f \circ g)(x)$ を作る事ができ、 $(f \circ g)(x)$ を $f(x)$ と $g(x)$ の「合成関数」という。

$$\star (f \circ g)(x) = f(g(x))$$

Ⓢ 一般に $(f \circ g)(x) \neq (g \circ f)(x)$ である。