数列 演習プリント

11 題+6 題(11 題を何回も繰り返し解きましょう。余裕のある人は後半 6 題も繰り返し解いて身に着けよう。)

1．［京都産業大］

初項が55，公差が -6 の等差数列の初項から第 n 項までの和を S_n とするとき，S_n の最大値は $\boxed{}$ である。

2．［大阪工業大］

数列 $\{a_n\}$ を，$a_3+a_4+a_5=56$，$a_6+a_7+a_8=7$ を満たす等比数列とする。

このとき，数列 $\{a_n\}$ の公比は $\boxed{ア}$ であり，$a_1=\boxed{イ}$ である。また，

$\displaystyle\sum_{k=1}^{10} a_k=\boxed{ウ}$ である。

3．［神奈川大］

相異なる 2 つの実数 a，b に対し，a，2，b がこの順で等比数列であり，

$\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{1}{b}$，$\dfrac{1}{a}$ がこの順で等差数列である。このとき，$a=\boxed{ア}$，$b=\boxed{イ}$

である。

4．［西南学院大］

次の値を求めよ。

(1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(2k+1)=\boxed{ア}\,n^2+\boxed{イ}\,n$

(2) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{(2k-1)(2k+1)}=\frac{\boxed{ウ}\,n}{\boxed{エ}\,n+1}$

(3) $\displaystyle\sum_{k=1}^{2n}(-1)^k 2^{k-1}=\frac{1}{\boxed{オ}}\left(\boxed{カ}^{\,n}-1\right)$

5．［(1) 大阪薬科大　(2) 立教大　(3) 中央大 ］

次の問いに答えよ。

(1) $1\cdot2+2\cdot3+3\cdot4+4\cdot5+\cdots\cdots+n(n+1)$ を計算せよ。

(2) $\dfrac{3}{2\cdot5}+\dfrac{3}{5\cdot8}+\dfrac{3}{8\cdot11}+\cdots\cdots+\dfrac{3}{(3n-1)(3n+2)}$ を計算せよ。

(3) $S_n=1+2\cdot\dfrac{1}{3}+3\left(\dfrac{1}{3}\right)^2+4\left(\dfrac{1}{3}\right)^3+\cdots\cdots+n\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n-1}$ を n の式で表せ。

6．［愛知工業大］

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が $S_n=\dfrac{n}{n+1}$ であるとき，

$a_n=\boxed{ア}$，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{a_k}=\boxed{イ}$ である。

7．［立命館大］

数列 $\{a_n\}$ を 2，6，12，20，…… とすると，この数列の一般項は

$a_n=\boxed{ア}$，初項から第 n 項までの和は $\dfrac{\boxed{イ}}{3}$ である。また，数列 $\{b_n\}$ を

$\dfrac{1}{a_1}$，$\dfrac{1}{a_2}$，$\dfrac{1}{a_3}$，…… とすると，この数列の一般項は $b_n=\boxed{ウ}$，初項から

第 n 項までの和は $\boxed{エ}$ である。

数列 $\{c_n\}$ を $\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$，$\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$，$\dfrac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}$，…… とすると，この数列の一般

項は $c_n=\dfrac{1}{\boxed{オ}}$，初項から第 n 項までの和は $\boxed{カ}$ である。

8．［立命館大］

初項 1，公比 2 の等比数列を，下のように第 1 群に 2 個，第 2 群に 4 個，第 3 群に 6 個，…… と，第 k 群に含まれる数の個数が $2k$ 個となるように群に分ける。

$$1,\ 2\ |\ 4,\ 8,\ 16,\ 32\ |\ 64,\ \cdots\cdots$$

(1) 第 4 群の 5 番目の数を求めよ。

(2) 第 1 群から第 3 群までに含まれる数の総和を求めよ。

(3) 第 k 群の最初の数を求めよ。

(4) 第 k 群に含まれる数の総和を求めよ。

9．［滋賀大］

数列 $\dfrac{1}{1}$，$\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{2}{2}$，$\dfrac{1}{3}$，$\dfrac{2}{3}$，$\dfrac{3}{3}$，……，$\dfrac{1}{n}$，$\dfrac{2}{n}$，……，$\dfrac{n-1}{n}$，$\dfrac{n}{n}$，…… を

次のような群に分ける。

$$\underbrace{\frac{1}{1}}_{\text{第 1 群}}\ \Big|\ \underbrace{\frac{1}{2},\ \frac{2}{2}}_{\text{第 2 群}}\ \Big|\ \underbrace{\frac{1}{3},\ \frac{2}{3},\ \frac{3}{3}}_{\text{第 3 群}}\ \Big|\ \cdots\cdots\ \Big|\ \underbrace{\frac{1}{n},\ \frac{2}{n},\ \cdots\cdots,\ \frac{n-1}{n},\ \frac{n}{n}}_{\text{第 } n \text{ 群}}\ \Big|\ \cdots\cdots$$

(1) 第 28 群に入るすべての項の和を求めよ。

(2) 第 n 群の最初の数が第何項かを求めよ。

(3) 第 2016 項を求めよ。

10．［(1) 中央大　(2) 東京電機大］

次のように定義される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1=3$，　$a_{n+1}=a_n+4^n$　$(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$

(2) $a_1=3$，　$a_{n+1}=3a_n-10$　$(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$

11．［愛知大］

数列 $\{a_n\}$ を $a_1=1$，$a_{n+1}=\dfrac{a_n}{1+3a_n}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ により定める。

一般項 a_n を推測し，その推測が正しいことを数学的帰納法によって証明せよ。

12．［札幌医科大］

数列 $\{a_n\}$ は　$a_1=a>0$，　$a_{n+1}=16{a_n}^3$　$(n=1,\ 2,\ \cdots\cdots)$　を満たす。

(1) 数列 $\{b_n\}$ を $b_n=\log_2 a_n$ とするとき，$\{b_n\}$ の一般項を a と n を用いて表せ。

(2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を a と n を用いて表せ。

(3) すべての n について $a_n=a$ を満たすような a の値を求めよ。

13．［大阪府立大］

次の関係式を満たす数列 $\{a_n\}$ の一般項をそれぞれ求めよ。

(1) $a_1=\dfrac{1}{4}$，$a_{n+1}=\dfrac{a_n}{3a_n+1}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$

(2) $a_1=1$，$a_{n+1}=2a_n+3^n$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$

(3) $a_1=1$，$a_{n+1}=\left(1+\dfrac{2}{n}\right)a_n$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$

14．［奈良県立医科大］

次の条件を満たす数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$a_1=3,\ a_2=5,\ a_{n+2}=3a_{n+1}-2a_n\quad(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

15．［熊本大］

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が $S_n=2a_n+n^2$ で与えられるとき，次の問いに答えよ。

(1) a_{n+1} を a_n を用いて表せ。

(2) a_n を n の式で表せ。

16．［金沢大］

数列 $\{a_n\}$ が $a_1+2a_2+3a_3+\cdots\cdots+na_n=2^n-1$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ を満たしている。

(1) 一般項 a_n を求めよ。

(2) $S_n=\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{a_k}$ とおくとき，$S_n=4-\dfrac{n+2}{2^{n-1}}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ となることを数学的帰納法を用いて証明せよ。

(3) 和 $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{k}{a_k}$ を求めよ。

17．［中央大］

座標平面上で，点 $(x,\ y)$ を考える。ここで，x，y を 0 以上の整数，n を自然数とする。このとき，以下の個数を n で表せ。

(1) $x+y\leqq n$ を満たす点 $(x,\ y)$ の個数

(2) $\dfrac{x}{2}+y\leqq n$ を満たす点 $(x,\ y)$ の個数

(3) $x+\sqrt{y}\leqq n$ を満たす点 $(x,\ y)$ の個数