指数･対数演習プリント

8 題＋6 題（8 題を何回も繰り返し解きましょう。余裕のある人は後半 6 題も繰り返し解いて身に着けよう。）

1．[出題大学略]

次の式を計算せよ。

(1) $4^{\frac{5}{4}}\times 3^{\frac{3}{2}}\times 6^{\frac{1}{2}}$

(2) $\sqrt[4]{8}\div(\sqrt[3]{2}\times\sqrt{\sqrt{2}})$

(3) $\frac{5}{3}\sqrt[6]{9}+\sqrt[3]{-81}+\sqrt[3]{\frac{1}{9}}$

(4) $\log_3 18^2+\frac{3}{2}\log_3\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\log_3 2$

(5) $(\log_3 25+\log_9 5)(\log_{25}3+\log_5 9)$

(6) $8^{\log_2 5}$

2．[(1) 防衛大　(2) 立教大　(3) 甲南大]

次の問いに答えよ。

(1) $x=\log_2(1+\sqrt{3})$ のとき，4^x-2^{x+2} の値を求めよ。

(2) $5^x-5^{-x}=6$ のとき，5^x+5^{-x} の値を求めよ。

(3) $2^a=3^b=5^c=30$ のとき，$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$ の値を求めよ。

3．[(1),(2)　立教大　(3) 琉球大]

次の問いに答えよ。

(1) $128^{\frac{1}{6}}$，$8^{\frac{2}{5}}$，$81^{\frac{1}{5}}$ のうち最大のものを答えよ。

(2) $\sqrt{3}$，$\sqrt[3]{5}$，$\sqrt[4]{7}$，$\sqrt[6]{19}$ のうち，最小のものを答えよ。。

(3) $\log_3 5$，$\frac{1}{2}+\log_9 8$，$\log_9 26$ を小さい順に並べよ。

4．[(1) オリジナル　(2) 中央大　(3) 名城大　(4) 宮崎大]

次の方程式，不等式を解け。

(1) $27^{x+2}<\frac{1}{3\sqrt{3}}$

(2) $2^{2x}-2^{x+2}-32>0$

(3) $\left(\frac{1}{4}\right)^x+\left(\frac{1}{2}\right)^x-20>0$

(4) $2\cdot 8^x-3\cdot 4^{x+1}+5\cdot 2^{x+1}+24=0$

5．[(1) 立教大　(2) 福島県立医科大　(3) 愛知工業大]

(1) $\log_{\sqrt{2}}(2-x)+\log_2(x+1)=1$

(2) $\log_2(\log_4 x)+\log_4(\log_2 x)<2$

(3) $\log_4 x^2-\log_x 64\leqq 1$

6．[近畿大]

x についての方程式 $4(\log_3 x)^2-20\log_3 x+21=0$ の異なる 2 つの解を α，β とする。

このとき $\log_9(\alpha\beta)=\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$，$\log_9\alpha\cdot\log_9\beta=\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

7．[(1) 南山大　(2) 上智大　(3) 甲南大]

次の空欄を埋めよ。

(1) 関数 $f(x)=\left(\frac{1}{4}\right)^x-\left(\frac{1}{2}\right)^x$ $(-1\leqq x\leqq 2)$ を考える。$f(x)$ の最大値は $\boxed{\text{ア}}$ であり，$f(x)$ の最小値を与える x の値は $x=\boxed{\text{イ}}$ である。

(2) $y=\left(\log_3\frac{x}{27}\right)\left(\log_{\frac{1}{3}}\frac{3}{x}\right)$ $\left(\frac{1}{3}\leqq x\leqq 27\right)$ は，$x=\boxed{\text{ア}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{イ}}$ をとり，$x=\boxed{\text{ウ}}$ のとき最小値 $\boxed{\text{エ}}$ をとる。

(3) $x>1$ のとき，$\log_4 x+\log_x 256$ は，$x=\boxed{\text{ア}}$ で最小値 $\boxed{\text{イ}}$ をとる。

8．[上智大]

3^{2014} は $\boxed{\text{ア}}$ 桁の数であり，最も大きい位の数字は $\boxed{\text{イ}}$，一の位の数字は $\boxed{\text{ウ}}$ である。ただし，$\log_{10}2=0.3010$，$\log_{10}3=0.4771$，$\log_{10}7=0.8451$ とする。

9．[福島大]

連立方程式 $\begin{cases}4(\log_{10}x)^2+2\log_{10}y=1\\ x^2y=10\end{cases}$ を解け。

10．[関西学院大]

実数 x に対して，$t=2^x+2^{-x}$ とおくと，t のとりうる値の範囲は $t\geqq\boxed{\text{ア}}$ である。

また，関数 $y=4^{x+1}+4^{-x+1}-17(2^{x+1}+2^{-x+1})+80$ を t の式で表すと，$y=\boxed{\text{イ}}$ となる。したがって，y は $x=\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{エ}}$ のとき最小値 $\boxed{\text{オ}}$ をとる。

ただし，$\boxed{\text{ウ}}<\boxed{\text{エ}}$ である。

11．[関西大]

実数 x，y は $x\geqq 10$，$y\geqq 1$，$xy^2=10^5$ を満たしているとする。

$Y=\log_{10}y$ とおくとき，Y のとりうる値の範囲は $\boxed{\text{ア}}$ である。

また，$\log_{10}x\cdot\log_{10}y$ が最大となるとき，$\frac{x}{y}$ の値は $\boxed{\text{イ}}$ である。

12．[立命館大]

x の方程式 $9^x-a\cdot 3^{x+1}+a+1=0$ について

(1) $a=-2$ のとき，実数解は $x=\boxed{\text{ア}}$ である。

(2) 異なる 2 つの正の実数解をもつとき，a の値の範囲は $\boxed{\text{イ}}<a<\boxed{\text{ウ}}$ である。

13．[島根大]

a を実数とし，関数 $f(x)=4^x+a\cdot 2^{x-1}+a$ を考える。

(1) 関数 $f(x)$ の最小値が -2 となるとき，a の値を求めよ。

(2) 方程式 $f(x)=0$ が実数解をもつとき，a の値の範囲を求めよ。

14．[津田塾大]

不等式 $\log_x y+2\log_y x<3$ を満たす点 $(x,\ y)$ の存在する範囲を図示せよ。