◎ 外積

$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$　①②

(サラスの法則)

$\vec{x} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$, $\vec{y} = \begin{pmatrix} d \\ e \\ f \end{pmatrix}$ のとき、

(a)　(d) ← y成分を計算するときに使う

$\vec{x} \times \vec{y} = \begin{pmatrix} bf - ce \\ cd - af \\ ae - bd \end{pmatrix}$

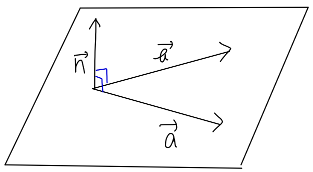
外積

$\vec{n} = \vec{x} \times \vec{y}$ とすると、

$\vec{n} \cdot \vec{x} = 0$, $\vec{n} \cdot \vec{y} = 0$ である。

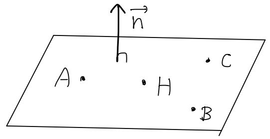
(一度確かめてみましょう)

$\vec{n}$ は、$\vec{a}$, $\vec{b}$ で張られる平面に垂直なベクトルであり、「法線ベクトル」という。



◆ 法線ベクトルの使い方.

平面ABCの法線ベクトルの1つを $\vec{n}$ とする。

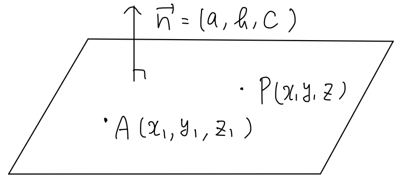


「(Hが平面ABC上にある)
$\Longleftrightarrow \vec{n} \cdot \overrightarrow{AH} = 0$」 …(*)

$\overrightarrow{BH}$ or $\overrightarrow{CH}$ でもよい

(*)を使うと計算が楽になる。

◎ 平面の方程式



$A(x_1, y_1, z_1)$ を通り、$\vec{n} = (a, b, c)$ に垂直な平面を α とする。($\vec{n} \neq \vec{0}$)。

$P(x, y, z)$ が平面 α 上 $\Longleftrightarrow \vec{n} \cdot \overrightarrow{AP} = 0$

よって、

$a(x - x_1) + b(y - y_1) + c(z - z_1) = 0$

$ax + by + cz - ax_1 - by_1 - cz_1 = 0$

$d = -ax_1 - by_1 - cz_1$ とおくと、

平面 α : $ax + by + cz + d = 0$

(平面の方程式の一般形)

☆ 法線ベクトル

1. 直線 $ax + by + c = 0$ の法線ベクトルの1つを $\vec{n}$ とすると、$\vec{n} = (a, b)$ である。

2. 平面 $ax + by + cz + d = 0$ の法線ベクトルの1つを $\vec{n}$ とすると、$\vec{n} = (a, b, c)$ である。

55テキスト P.344 発展A $\boxed{45}$ にチャレンジしてみましょう。