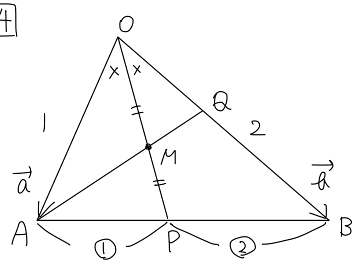
24



(1) $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ とする。

OPは∠AOBの二等分線より、

AP：PB＝1：2 である。

よって、

$$\overrightarrow{OM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OP}$$
$$=\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}\right)$$
$$=\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{1}{6}\vec{b}$$

Qは直線AM上より、

$$\overrightarrow{OQ}=(1-s)\overrightarrow{OA}+s\overrightarrow{OM}$$
$$=(1-s)\vec{a}+s\left(\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{1}{6}\vec{b}\right)$$
$$=\left(1-\frac{2}{3}s\right)\vec{a}+\frac{1}{6}s\vec{b}$$

とおける。

Qは辺OB上より、

$1-\frac{2}{3}s=0$ 　∴ $s=\frac{2}{3}$

よって、$\overrightarrow{OQ}=\frac{1}{4}\vec{b}$ より、

$$\overrightarrow{MQ}=\overrightarrow{OQ}-\overrightarrow{OM}$$
$$=\frac{1}{4}\vec{b}-\left(\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{1}{6}\vec{b}\right)$$
$$=-\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{1}{12}\vec{b}$$

∴ $s=-\frac{1}{3}$, $t=\frac{1}{12}$ //

(2) $\vec{a}\cdot\vec{b}=1\cdot2\cos30^\circ=\sqrt{3}$

(1)より、

$$|\overrightarrow{MQ}|=\left|-\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{1}{12}\vec{b}\right|$$
$$=\frac{1}{12}|-4\vec{a}+\vec{b}|$$

ここで

$$|-4\vec{a}+\vec{b}|^2=16|\vec{a}|^2-8\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2$$
$$=16\cdot1-8\sqrt{3}+4$$
$$=20-8\sqrt{3}$$

よって、$|-4\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{20-8\sqrt{3}}$

$=2\sqrt{5-2\sqrt{3}}$ より、

$$|\overrightarrow{MQ}|=\frac{\sqrt{5-2\sqrt{3}}}{6}$$ //