No.4　演習プリント　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　名前（　　　　　　　　　　）

1．$\{a_n\}$ を $a_2=-\frac{7}{3}$，$a_5=-\frac{25}{3}$ である等差数列とし，自然数 n に対して，$S_n=\sum_{k=1}^{n}a_k$ とおく。$a_1=\frac{\boxed{アイ}}{\boxed{ウ}}$ であり，

$\{a_n\}$ の公差は $\boxed{エオ}$ である。したがって

$$a_n=\boxed{カキ}n+\frac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}} \qquad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

$$S_n=\boxed{コ}n^2+\frac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}n \qquad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

である。

次に，数列 $\{b_n\}$ は $\sum_{k=1}^{n}b_k=\frac{4}{3}b_n+S_n$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ ……① を満たすとする。

数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよう。①から，$b_1=\boxed{ス}$ である。さらに，$\sum_{k=1}^{n+1}b_k=\sum_{k=1}^{n}b_k+b_{n+1}$ に注意して，

①を利用すると

$$b_{n+1}=\boxed{セ}b_n+\boxed{ソ}n+\boxed{タ} \qquad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

が成り立ち，この等式は

$$b_{n+1}+\boxed{チ}(n+1)+\boxed{ツ}=\boxed{セ}\left(b_n+\boxed{チ}n+\boxed{ツ}\right) \qquad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

と変形できる。ここで，$c_n=b_n+\boxed{チ}n+\boxed{ツ}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ ……② とおくと，

$\{c_n\}$ は，$c_1=\boxed{テ}$，公比が $\boxed{ト}$ の等比数列であるから，②により

$$b_n=\boxed{ナ}^{\boxed{ニ}}-\boxed{ヌ}n-\boxed{ネ} \qquad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

である。ただし，$\boxed{ニ}$ については，当てはまるものを，次の ⓪ ～ ④ のうちから一つ選べ。

⓪ $n-2$　　① $n-1$　　② n　　③ $n+1$　　④ $n+2$

2．$\{a_n\}$ を $a_2=162$ で公比が3の等比数列とする。この数列の一般項は

$a_n=\boxed{アイ}\cdot\boxed{ウ}^{n-1}$ である。

$\{b_n\}$ を $b_1=\dfrac{a_1}{2}$ と $b_{n+1}=3b_n+a_n$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ ……① で定められる数列とし，自然数 n に対して，

$x_n=\dfrac{b_n}{3^n}$ とおく。①から $x_{n+1}=x_n+\boxed{エ}$ となるので，x_n を求めることにより $\{b_n\}$ の一般項が得られる。

特に，$\dfrac{b_{10}}{3^{10}}=x_{10}=\boxed{オカ}$ である。

自然数 n に対して，$S_n=\sum_{k=1}^{n}b_k$ とおく。①から $S_{n+1}-\boxed{キク}=3S_n+\sum_{k=1}^{n}a_k$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ である。

したがって，$S_{n+1}=S_n+b_{n+1}$ に注意して計算すると S_n が得られる。特に，$\dfrac{S_{10}}{3^{10}}=\boxed{ケコ}$ である。

$\{c_n\}$ を $c_1=3$ と $c_{n+1}=3c_n+b_n$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ ……② で定められる数列とし，自然数 n に対して，

$y_n=\dfrac{c_n}{3^n}$ とおく。②から $y_{n+1}=y_n+\boxed{サ}n+\boxed{シ}$ となるので，y_n を求めることにより $\{c_n\}$ の一般項が得られる。特に，$\dfrac{c_{10}}{3^{10}}=y_{10}=\boxed{スセソ}$ である。

自然数 n に対して，$T_n=\sum_{k=1}^{n}c_k$ とおく。②から，$T_{n+1}-\boxed{タ}=3T_n+S_n$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ となるので，

$T_n=\dfrac{\left(n^2-n+\boxed{チ}\right)\boxed{ツ}^{n+1}-\boxed{テ}}{\boxed{ト}}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ である。