微分演習プリント

8題+9題(8題を何回も繰り返し解きましょう。余裕のある人は後半9題も繰り返し解いて身に着けよう。)

1．［岡山理科大］

3次関数 $f(x)=x^3-2x+2$ に対し，曲線 $y=f(x)$ 上の点 $\mathrm{P}(-1,\ 3)$ における接線を ℓ とするとき，次の問いに答えよ。

(1) 導関数 $f'(x)$ を求めよ。

(2) 接線 ℓ の方程式を求めよ。

(3) 曲線 $y=f(x)$ と接線 ℓ の共有点のうち，P以外の点の座標を求めよ。

2．［名城大］

(1) 曲線 $y=x^3-5x$ 上の点 $(2,\ -2)$ における接線の方程式を求めよ。

(2) 曲線 $y=x^3-5x$ の接線で，傾きが -2 であるものの方程式を求めよ。

(3) 点 $(-1,\ 0)$ より 曲線 $y=x^3$ へ引いた接線の方程式を求めよ。

3．［東京電機大］

関数 $y=x^3+2kx^2-8kx+6$ が極値をもたないような k の範囲を求めよ。

4．［東京理科大］

実数 x の関数 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ ($a,\ b,\ c,\ d$ は実数の定数) は以下の条件をすべて満たす。

・曲線 $y=f(x)$ 上の点 $(0,\ f(0))$ における接線の方程式は $y=12x-4$ である

・関数 $f(x)$ は $x=2$ で極値0をとる

このとき，$a,\ b,\ c,\ d$ の値を求めよ。

5．［金沢工業大］

関数 $f(x)=-2x^3+3x^2+12x$ を考える。

(1) 関数 $f(x)$ は $x=\boxed{\text{ア}}$ で極大値 $\boxed{\text{イ}}$ をとり，$x=\boxed{\text{ウ}}$ で極小値 $\boxed{\text{エ}}$ をとる。

(2) 区間 $0\leqq x\leqq 4$ において，関数 $f(x)$ は $x=\boxed{\text{オ}}$ で最大値 $\boxed{\text{カ}}$ をとり，$x=\boxed{\text{キ}}$ で最小値 $\boxed{\text{ク}}$ をとる。

6．［西南学院大］

3次関数 $f(x)=-4x^3+15x^2+18x+a$ は，$x=\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ で極小値，$x=\boxed{\text{ウ}}$ で極大値をとる。また，方程式 $f(x)=0$ の異なる3つの実数解のうち2つが負となるような定数 a の範囲は，$\boxed{\text{エ}}<a<\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

7．［福岡大］

関数 $f(x)=x^3-6x^2+3x-8$ について，次の問いに答えよ。

(1) 曲線 $y=f(x)$ 上の点 $(t,\ f(t))$ における接線の方程式を求めよ。

(2) 点 $\mathrm{P}(0,\ p)$ から曲線 $y=f(x)$ に異なる3本の接線が引けるような p の値の範囲を求めよ。

8．［福岡大］

$1\leqq x\leqq 125$ のとき，関数 $y=(\log_5 x)^2-\dfrac{1}{3}\log_5 x^2$ の最小値は $\boxed{\text{ア}}$ である。

また，$s>0$，$t>0$，$s+t=6$ のとき，$\log_3 s+2\log_3 t$ の最大値は $\boxed{\text{イ}}$ である。

9．［福岡大改］

2つの放物線 $y=x^2+ax+a$ と $y=-2x^2+x+1$ が点Aで接するとき，点Aの座標を求めよ。

10．［立命館大］

放物線 P_1：$y=x^2-6x+9$ と放物線 P_2：$y=-x^2+2x-1$ の両方に接する直線の方程式を次のように考えて求める。放物線 P_1 上の x 座標が a である点における接線の方程式は，$y=(\boxed{\text{ア}})x+(\boxed{\text{イ}})$ である。また，放物線 P_2 上の x 座標が b である点における接線の方程式は，$y=(\boxed{\text{ウ}})x+(\boxed{\text{エ}})$ である。これら2つの直線が一致する条件から，求める直線は，$y=-\boxed{\text{オ}}x+\boxed{\text{カ}}$ と $y=\boxed{\text{キ}}$ である。

11．［中央大］

実数 a に対し，3次関数 $f(x)=x^3+3ax^2+3(2a-1)x-5$ を考える。

(1) $f(x)$ に極大値が存在するような a の値の範囲を求めよ。

(2) $f(x)$ に極大値が存在し，それが3以上であるような a の値の範囲を求めよ。

12．［琉球大］

関数 $f(x)=x^3+3ax^2+15x$ について，次の問いに答えよ。

(1) $f(x)$ が極大値，極小値をともにもつような a の値の範囲を求めよ。

(2) (1)の a の値の範囲において，$f(x)$ の極大値と極小値の和を a を用いて表せ。

(3) $f(x)$ の極大値と極小値の和が -18 のとき，a の値を求めよ。

13．［明治薬科大］

$y=8^x+8^{-x}-12(2^x+2^{-x})+1$ とし，$t=2^x+2^{-x}$ とおく。このとき，t の値のとりうる範囲は $\boxed{\text{ア}}$ であり，y の最小値は $\boxed{\text{イ}}$ である。

14．［駒澤大］

関数 $y=\sin 3\theta+\dfrac{3}{2}\cos 2\theta+3\sin\theta-\dfrac{1}{2}$ $(0\leqq\theta<2\pi)$ の最大値と最小値を求めたい。

(1) $\sin 3\theta=\sin(2\theta+\theta)$ であることから，$\sin 3\theta=\boxed{\text{ア}}\sin^3\theta+\boxed{\text{イ}}\sin\theta$ となる。これより，$y=\boxed{\text{ア}}\sin^3\theta-\boxed{\text{ウ}}\sin^2\theta+\boxed{\text{エ}}\sin\theta+\boxed{\text{オ}}$ となる。

(2) $\sin\theta=t$ とおくと，$0\leqq\theta<2\pi$ より，t の範囲は $\boxed{\text{カ}}\leqq t\leqq\boxed{\text{キ}}$ となる。

y を t を用いて表すと $y=f(t)=\boxed{\text{ア}}t^3-\boxed{\text{ウ}}t^2+\boxed{\text{エ}}t+\boxed{\text{オ}}$ となる。

これを t で微分して，$f'(t)=\boxed{\text{ク}}t^2-\boxed{\text{ケ}}t+\boxed{\text{コ}}$ となる。

よって，$f(t)$ は，$t=\boxed{\text{サ}}$ のときに最小値 $\boxed{\text{シ}}$ をとり，$t=\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ のときに最大値 $\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ をとる。

(3) 以上の結果より，y は，$\theta=\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}\pi$ のときに最小値 $\boxed{\text{シ}}$ をとり，$\theta=\dfrac{\pi}{\boxed{\text{テ}}}$，$\dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}\pi$ のときに最大値 $\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ をとる。

15．［広島工業大］

関数 $f(x)=x^3-3x^2-9x+1$ について，次の問いに答えよ。

(1) 方程式 $f(x)=1$ を満たす x の値を求めよ。

(2) 関数 $f(x)$ の極値を求めよ。

(3) 正の定数 a に対し，$0\leqq x\leqq a$ における $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ。

16．［東京都市大］

3次方程式 $\dfrac{2}{3}x^3-ax^2+a=0$ が異なる3個の実数解をもつとき，実数の定数 a の値の範囲は $\boxed{}$ である。

17．［北里大］

関数 $f(x)=\log_2(4x-x^2)+2\log_2(12-2x)-\log_2(4-x)-1$ について，次の問いに答えよ。

(1) $f(x)$ の定義域を求めよ。

(2) $f(x)=\log_2 g(x)$ となるような3次関数 $g(x)$ を求めよ。

(3) $f(x)$ の最大値を求めよ。

(4) 方程式 $f(x)=k$ が2つの異なる実数解をもつように，定数 k の値の範囲を定めよ。