

不等式の証明

[学習院大]

a, b, c を実数とする。

- (1) 不等式 $3(a^2 + b^2 + c^2) \geq (a + b + c)^2$ を証明せよ。また、等号が成り立つとき $a = b = c$ であることを証明せよ。
- (2) 不等式 $27(a^4 + b^4 + c^4) \geq (a + b + c)^4$ を証明せよ。

[東京学芸大改]

絶対値が1より小さい4つの実数 a, b, c, d に対し、次の不等式が成り立つことを示せ。

- (1) $a + b < 1 + ab$
- (2) $a + b + c < abc + 2$
- (3) $a + b + c + d < 3 + abcd$