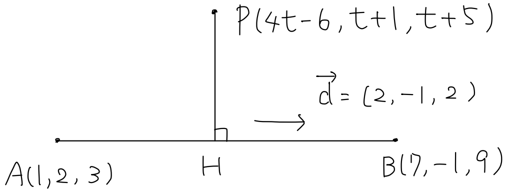
34



$\overrightarrow{AB}=(6,-3,6)$
$=3\underbrace{(2,-1,2)}_{\vec{d}}$

解答

(1) $\overrightarrow{AB}=(6,-3,6)=3(2,-1,2)$

$\vec{d}=(2,-1,2)$ とおくと、$\vec{d}\parallel\overrightarrow{AB}$

H は、直線AB上より、

$\overrightarrow{OH}=\overrightarrow{OA}+k\vec{d}=(1,2,3)+k(2,-1,2)$

$=(2k+1,-k+2,2k+3)$ と表せる。

よって、$\overrightarrow{PH}=\overrightarrow{OH}-\overrightarrow{OP}$

$=(2k+1,-k+2,2k+3)-(4t-6,t+1,t+5)$

$=(2k-4t+7,-k-t+1,2k-t+2)$

$\overrightarrow{PH}\perp\vec{d}$ より、$\overrightarrow{PH}\cdot\vec{d}=0$

よって、$2(2k-4t+7)-(-k-t+1)+2(2k-t+2)=0$

$9k-9t+9=0$

$\therefore k=t-1$

したがって、

$\overrightarrow{OH}=(2t-1,-t+3,2t+1)$ より、

$\underline{\underline{H(2t-1,-t+3,2t+1)}}$

(2) (1)より、$\overrightarrow{PH}=(-2t+5,-2t+2,t-4)$

$AB=\sqrt{36+9+36}=9$

よって、△PABの面積が最小となるのは、ABを底辺とすると、

高さPHが最小のときである。

$PH=\sqrt{(-2t+5)^2+(-2t+2)^2+(t-4)^2}$

$=\sqrt{9t^2-36t+45}$

$=3\sqrt{(t-2)^2+1}$ より、

PHは、$t=2$ のとき、最小値をとる。

したがって、

求めるtの値は、$\underline{\underline{t=2}}$