

三角関数演習プリント

8題+4題(8題を何回も繰り返し解きましょう。余裕のある人は後半4題も繰り返し解いて身に着けよう。)

1. [福岡大改]

$\sin \theta - \cos \theta = \frac{2}{3}$ ($0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$) のとき, $\sin \theta \cos \theta = \text{□}$ であり,

$\sin \theta + \cos \theta = \text{□}$ である。

よって、 $\cos 2\theta = \text{□}$ であり, $\sin\left(\frac{3}{2}\pi + 2\theta\right) = \text{□}$ である。

2. [北里大]

$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$, $\cos \alpha = \frac{3}{5}$, $\sin \beta = \frac{12}{13}$ を満たす2つの角 α , β を考える。

このとき, $\sin 2\alpha = \text{□}$, $\tan(\alpha - \beta) = \text{□}$, $\sin(2\alpha + \beta) = \text{□}$ となる。

3. [成蹊大]

$y = \frac{1}{3} \sin\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{3}\right)$ のグラフは, $y = \sin x$ のグラフを, y 軸をもとに x 軸方向へ

□ 倍に拡大し, x 軸をもとに y 軸方向へ □ 倍に縮小し, それを x 軸

方向に □ だけ平行移動したものである。また, $y = \frac{1}{3} \sin\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{3}\right)$ のグラフの

正で最小の周期は □ である。

4. [防衛大学校]

関数 $f(x) = \cos 2x + 2\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \sin x$ について, 次の問い合わせよ。

(1) $f(x)$ を $\cos x$ の式で表せ。

(2) $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ の値を求めよ。

(3) $f(x)$ の最大値 M と最小値 m を求めよ。

5. [岡山大]

$\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi$ とする。次の問い合わせよ。

(1) $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$ のとき, $\cos \theta - \sin \theta$ の値を求めよ。

(2) $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$ のとき, $2\cos\left(2\theta - \frac{\pi}{3}\right)$ の値を求めよ。

(3) $2\cos\left(2\theta - \frac{\pi}{3}\right) \leq -1$ のとき, $\cos \theta + \sqrt{3} \sin \theta$ の最大値と最小値を求めよ。

9. [関西大]

$0 \leq x < 2\pi$, $0 \leq y < 2\pi$ であるとき, 連立方程式

$$\sin x + \cos y = \sqrt{3}, \cos x + \sin y = -1$$

を満たす x , y を求めよ。

10. [岐阜薬科大]

関数 $y = -2\sin \theta \cos \theta + 2a(\sin \theta + \cos \theta) - a$ ($-\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$) について, 次の問い合わせよ。ただし, a は正の定数とする。

(1) $t = \sin \theta + \cos \theta$ とおいて, y を t の関数で表せ。

(2) t のとりうる値の範囲を求めよ。

(3) y の最大値 $M(a)$ を求めよ。

(4) $M(a)$ の最小値を求めよ。

6. [福岡大]

(1) $0 \leq \theta < \pi$ のとき, $\sqrt{3} \sin \theta - \cos \theta \leq 1$ を満たす θ の範囲は □ である。

(2) $0 \leq x < \pi$ のとき, $\cos 3x - 2\cos 2x + \cos x = 0$ の解は □ である。

(3) $0 \leq \theta \leq \pi$ のとき, $y = 2\sin \theta + \cos \theta$ のとりうる値の範囲は □ である。

11. [岩手大]

関数 $f(x) = 2\sin^2 x + 4\sin x + 3\cos 2x$ について, 次の問い合わせよ。ただし, $0 \leq x < 2\pi$ である。

(1) $t = \sin x$ とするととき, $f(x)$ を t の式で表せ。

(2) $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ。また, そのときの x の値をすべて求めよ。

(3) 方程式 $f(x) = a$ の相異なる解が4個あるような実数 a の値の範囲を求めよ。

8. [北海道大]

$f(x) = \sqrt{2} \sin x \cos x + \sin x + \cos x$ ($0 \leq x \leq 2\pi$) とする。

(1) $t = \sin x + \cos x$ とおき, $f(x)$ を t の関数で表せ。

(2) t のとりうる値の範囲を求めよ。

(3) $f(x)$ の最大値と最小値, およびそのときの x の値を求めよ。

12. [関西大]

実数 x , y が関係式 $x^2 + (x+y)^2 = 1$ を満たしている。 $x = \cos \theta$, $x+y = \sin \theta$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) と表す。

(1) x のとりうる値の範囲は $\text{□} \leq x \leq \text{□}$ である。

(2) $y = \text{□} \sin(\theta + \text{□})$ (ただし $0 \leq \theta < 2\pi$) と表すことができるので, $\text{□} \leq y \leq \text{□}$ である。

(3) $\sin \alpha = \text{□}$, $\cos \alpha = \text{□}$ となる α を用いて,

$$x^2 + y^2 = \text{□} + \text{□} \sin(2\theta + \alpha)$$

と表すことにより, $\text{□} \leq x^2 + y^2 \leq \text{□}$ であることがわかる。