S③ 第１講　補足プリントと訂正

恒等式　$xf(x^2-1)-5f(x)=(x^3+1)f(x-1)-2(x-1)f(x+1)-4x-29$

「左辺の次数が最も高そうな部分は，$xf(x^2-1)$
右辺の次数が最も高そうな部分は，$x^3f(x-1)$」　…(＊)

しかし，$f(x)=0$ のとき，恒等的に0（xに何を代入しても0）

$$(\text{右辺})=(x^3+1)\underbrace{f(x-1)}_{0}-2(x-1)\underbrace{f(x+1)}_{0}-4x-29$$

$$=0-0-4x-29$$

ここが最も次数が高い

つまり，
$f(x)=0$（定数関数）のときは，(＊)は成り立たないので，特別扱いする必要がある。

ちなみに，$f(x)=k$（$k\neq0$）のとき，$f(x)$は定数関数だが，

$$\underbrace{xf(x^2-1)}_{1次}-\underbrace{5f(x)}_{0次}=\underbrace{(x^3+1)f(x-1)}_{3次}-\underbrace{2(x-1)f(x+1)}_{1次}-\underbrace{4x}_{1次}-\underbrace{29}_{0次}$$

であり，(＊)は成り立つ。

まとめると，$f(x)$の次数をnとしたとき，$n\geqq1$（$f(x)$が1次式以上）では(＊)が成り立つが，$f(x)=0$（定数関数）のときは，別で記述しておかなければいけない

$\boxed{\text{訂正}}$

（書き方1）　(1)より，$f(0)=3$なので，$f(x)\neq0$
$f(x)$の次数をnとする。
(＊)の両辺の最高次に着目すると，
左辺は，$2n+1$次，右辺は$n+3$次より，
$2n+1=n+3$　∴ $n=2$
よって，$f(x)$の次数は，2

（書き方2）　(1)より，$f(-1)=2$，$f(0)=3$なので，←
$f(x)$は定数関数ではない。
よって，$f(x)$の次数をnとすると，$n\geqq1$
(＊)の両辺の…（以下，同様）

$y=f(x)$が2点$(-1,2)$，$(0,3)$を通るので，$f(x)$は定数関数 $f(x)=k$（kは定数）ではない。

余談ですが

一般に，(m次式)×(n次式)＝(m＋n)次式が成り立ち，①
これが成立するためには，0でない定数は，0次式とするが
定数0だけは，0次式としない（次数を定義しない）と定める。
（定数0を0次式とすると①が成り立たたくなる）