マーク演習　No.8

1．正の定数 a に対して，方程式 $5\cdot 2^{-x}+2^{x+3}=2a$ …… ① を考える。

$t=2^x$ とおくと，方程式 ① は $t^2-\dfrac{a}{\boxed{ア}}t+\dfrac{\boxed{イ}}{8}=0$ …… ② となり，さらに

$\left(t-\dfrac{a}{\boxed{ウ}}\right)^2+\dfrac{\boxed{エオ}-a^2}{\boxed{カキ}}=0$ と変形される。

したがって，$a>\boxed{ク}\sqrt{\boxed{ケコ}}$ のとき方程式 ② は 2 個の解をもつ。

また，$a=\boxed{ク}\sqrt{\boxed{ケコ}}$ のとき方程式 ① は，ただ 1 つの解

$x=\dfrac{1}{\boxed{サ}}\left(\log_2\boxed{シ}-\boxed{ス}\right)$ をもつ。

2．二つの 2 次関数 $f(x)=x^2$，$g(x)=x^2-6x+12$ を考える。放物線 $y=g(x)$ の頂点は $\left(\boxed{ア},\ \boxed{イ}\right)$ であり，二つの放物線 $y=f(x)$，$y=g(x)$ は点 $\left(\boxed{ウ},\ \boxed{エ}\right)$ で交わる。放物線 $y=f(x)$ 上の点 $(a,\ f(a))$ における接線 ℓ の方程式は

$y=\boxed{オ}ax-a^2$ である。この直線 ℓ がもう一方の放物線 $y=g(x)$ にも接するならば，

$a=\dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}$ である。このとき，直線 ℓ と放物線 $y=g(x)$ との接点の x 座標は $\dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}$ であり，二つの放物線 $y=f(x)$，$y=g(x)$，およびこれらに接する直線 ℓ で囲まれる部分の面積は $\dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}$ となる。