高３理系Ｋ　第１講～第３講　授業用プリント

【第１講】

１．数学Ⅲ 第２章　2−1 (2)(4)(5)(9)　P. 60

次の曲線の与えられた点における接線および法線の方程式を求めよ。

(1)　$y=\dfrac{1}{(2x+1)^2}$　$(-1,1)$

(2)　$y=\log x$　$(e,1)$

(3)　$y=\dfrac{x^2}{1+x^2}$　$\left(1,\dfrac{1}{2}\right)$

(4)　$\begin{cases} x=\sin t \\ y=\cos t+t\sin t \end{cases}$　$(t=0)$

２．数学Ⅲ 第２章　2−2 (1)(4)(5)　P. 60

次の曲線の接線で、与えられた点を通るものを求めよ。

(1)　$y=\log x$　$(0,1)$

(2)　$y=\dfrac{3x}{x+1}$　$(-4,0)$

(3)　$y=xe^{-x}$　$(4,0)$

３．第１４章　2−5　P.302

3 点 $\mathrm{A}(1,-1)$, $\mathrm{B}(3,t)$, $\mathrm{C}(t+1,5)$ が一直線上に存在するような t の値を求めよ。

４．第１４章　3−3 (2)(4)　P.304

次のベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ について、内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ を求めよ。また、$\vec{a}$, $\vec{b}$ のなす角 θ を求めよ。

(1)　$\vec{a}=(3,-2)$, $\vec{b}=(-1,5)$

(2)　$\vec{a}=(2,-4)$, $\vec{b}=(6,3)$

５．第１４章　3−4　P.304

$\vec{a}=(3,-4)$, $\vec{b}=(-2,1)$ のとき、$\vec{a}+t\vec{b}$ と $\vec{a}+\vec{b}$ が垂直になるように、t の値を定めよ。

６．第１４章　3−5　P.304

$|\vec{a}|=\sqrt{13}$, $|\vec{b}|=\sqrt{3}$, $|\vec{a}+\vec{b}|=2$ のとき、次の値を求めよ。

(1)　$\vec{a}\cdot\vec{b}$

(2)　$(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}+3\vec{b})$

(3)　$|\vec{a}+3\vec{b}|$

(4)　$\vec{a}+\vec{b}$ と $\vec{a}+3\vec{b}$ のなす角 θ

【第２講】

１．数学Ⅲ 第２章　3−1 (3)(4)　P.64

次の関数 $f(x)$ の与えられた区間における最大値、最小値を求めよ。

(1)　$f(x)=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$ $(-1\leqq x\leqq 2)$

(2)　$f(x)=x-\sqrt{1-x^2}$ $(-1\leqq x\leqq 1)$

２．数学Ⅲ 第２章　3−3 (2)　P. 64

$x>0$ のとき、$\dfrac{x}{1+x}<\log(1+x)<x$ を平均値の定理を用いて、証明せよ。

３．数学Ⅲ 第２章　3−4　P. 64

曲線 $y=e^{-x}$ 上に動点 $\mathrm{P}(t,e^{-t})$ $(t>0)$ がある。P におけるこの曲線の接線 を l とする。

(1)　l の方程式を求めよ。

(2)　l と x 軸および y 軸によって囲まれる三角形の面積 $S(t)$ を求めよ。

(3)　$S(t)$ の最大値を求めよ。

４．第１４章　4−3　P.310

△ABC において、AB を 2：1 に内分する点を P、AC を 3：1 に内分する点を Q、BC を 3：2 に外分する点を R とする。$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{b}$, $\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\vec{c}$ として、以下の問いに答えよ。

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{AP}}$, $\overrightarrow{\mathrm{AQ}}$, $\overrightarrow{\mathrm{AR}}$ をそれぞれ $\vec{b}$, $\vec{c}$ の式で表せ。

(2)　P, Q, R は一直線上に存在することを示せ。また、PQ：QR を求めよ。

５．第１４章　4−5改　P.310

△ABC において、AB の中点を D、AC を 2：1 に内分する点を E とする。CD と BE の交点を P、AP と BC の交点を Q とする。$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{b}$, $\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\vec{c}$ として、以下の問いに答えよ。

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ を s, $\vec{b}$, $\vec{c}$ で表せ

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{AQ}}$ を $\vec{b}$, $\vec{c}$ で表せ。また、AP：AQ を求めよ。

６．第１４章　4−9　P.312

AB=2, BC=3, CA=4 であるような△ABC において、A から BC に下ろした垂線の足を H とする。$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{b}$, $\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\vec{c}$ として、$\overrightarrow{\mathrm{AH}}$ を $\vec{b}$, $\vec{c}$ で表せ。

【第３講】

１．数学Ⅲ 第２章　3−5 (2)(3)(4)(6)　P. 68

次の関数のグラフを描け。また変曲点があればその座標を求めよ。

ただし、必要であれば $\displaystyle\lim_{t\to\infty}\frac{t}{e^t}=0$, $\displaystyle\lim_{t\to+0}t^2\log t=0$ を用いて良い。

(1)　$y=\dfrac{x}{x^2+3}$

(2)　$y=xe^x$

(3)　$y=x^2\log x$

(4)　$y=\dfrac{x}{x^2-1}$

２．第１４章　5−6　P.318

空間内の 4 点 $\mathrm{A}(1,3,-1)$, $\mathrm{B}(0,2,1)$, $\mathrm{C}(1,1,0)$, $\mathrm{D}(-1,7,z)$ が同一平面上に存在するように、z の値を定めよ。

３．第１４章　5−7　P.318

一辺の長さが a の正四面体 ABCD において、BC, CD の中点を M, N とする。このとき、次の内積を求めよ。

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BC}}$

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{CB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{DA}}$

(3)　$\overrightarrow{\mathrm{AM}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AN}}$

(4)　$\overrightarrow{\mathrm{MN}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{DB}}$

４．第１４章　6−2　P.324

四面体 OABC において、$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とする。

(1)　AB を 2：1 に外分する点を D、OD の中点を E、CE を 1：2 に内分する点を F とする。$\overrightarrow{\mathrm{OF}}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ の式で表せ。

(2)　直線 AF と平面 OBC の交点を G とする。$\overrightarrow{\mathrm{OG}}$ を $\vec{b}$, $\vec{c}$ の式で表せ。