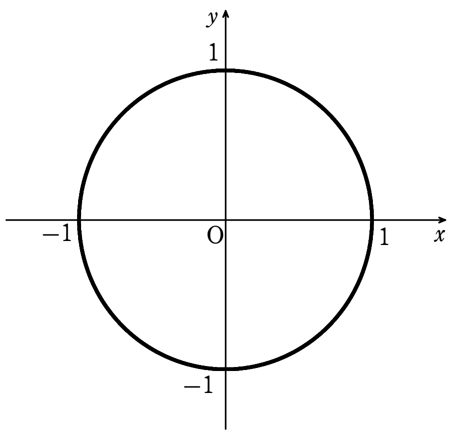
三角関数

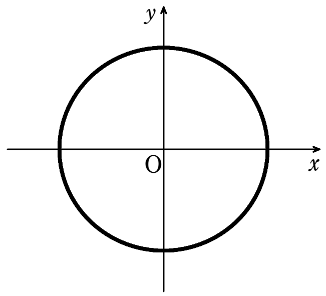
◎ 弧度法

半径１の円において，**弧 の長さが１であるときの扇形の中心角 の大きさを１ラジアン**であると定め，１ラジアンを単位とする角の表し方を弧度法という。

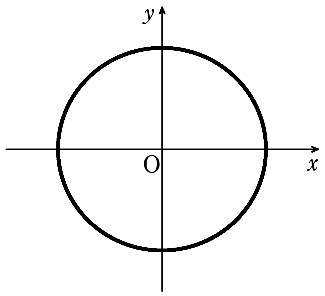


○ 弧度法の有名角

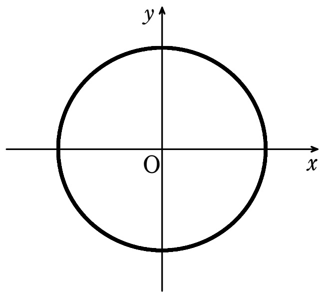
① $\dfrac{\square}{6}\pi$



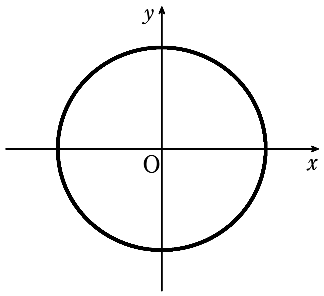
② $\dfrac{\square}{4}\pi$



③ $\dfrac{\square}{3}\pi$



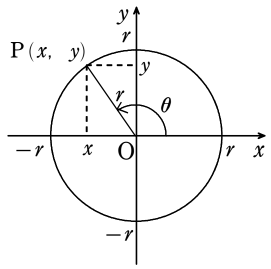
④ $\dfrac{\square}{2}\pi$ と π



◎ 三角関数の定義

座標平面上で，x 軸の正の部分を始線にとり，角 θ の動径と原点 O を中心とする半径 r の円の交点 P の座標を $(x,\ y)$ とする。このとき，

$\dfrac{y}{r}$，$\dfrac{x}{r}$，$\dfrac{y}{x}$ の値は円の半径 r に関係なく角 θ だけによって定まる。$\sin\theta$ ，$\cos\theta$, $\tan\theta$ をそれぞれ



$$\boxed{\sin\theta=\frac{y}{r},\quad \cos\theta=\frac{x}{r},\quad \tan\theta=\frac{y}{x}}$$

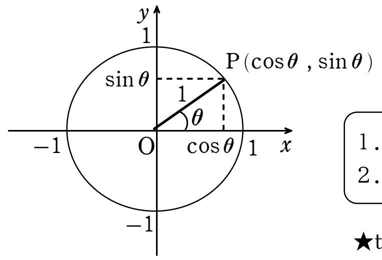
と定め，これらをそれぞれ，一般角 θ の **正弦**，**余弦**，**正接** という。

ただし，点 P の x 座標が $0\left(\theta=\dfrac{\pi}{2}+n\pi\ (n \text{ は整数})\right)$ のとき，$\tan\theta$ は定義されない。

$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ はいずれも θ の関数であり，これらを一般角 θ の **三角関数** という。

上の定義を用いてもよいのだが、上で定義した $\sin\theta$, $\cos\theta$, $\tan\theta$ の値は円の半径 r に関係なく角 θ だけによって定まるので、**三角関数は $r=1$ で定義するのが一般的**である。

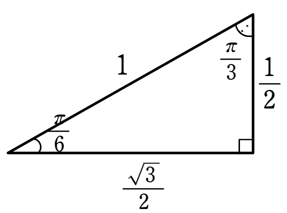
三角関数は以下のように定義する。

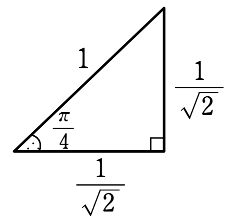


$\sin\theta$, $\cos\theta$ の定義
1． $\sin\theta$ は単位円周上の y 座標
2． $\cos\theta$ は単位円周上の x 座標

★$\tan\theta$ は傾きを表す。

○ 有名な直角三角形の比（斜辺の長さ１）





★ $\dfrac{\pi}{6}$ の直角三角形では、直角をはさむ２辺のうち、長い方が $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, 短い方が $\dfrac{1}{2}$ である。

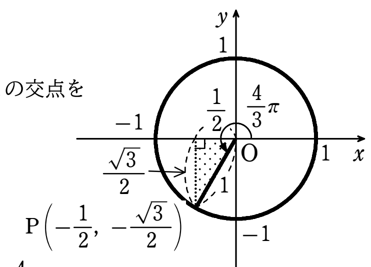
(例) $\dfrac{4}{3}\pi$ **の正弦，余弦，正接の値**

$\dfrac{4}{3}\pi$ の動径と，原点を中心とする半径１の円との交点を P とすると，P の座標は

$$\left(-\frac{1}{2},\ -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

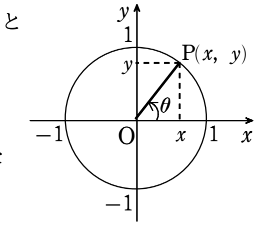
である。よって

$$\sin\frac{4}{3}\pi=-\frac{\sqrt{3}}{2},\quad \cos\frac{4}{3}\pi=-\frac{1}{2},\quad \tan\frac{4}{3}\pi=\sqrt{3}$$



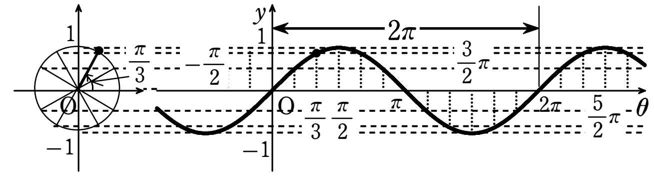
◎ $y=\sin\theta$，$y=\cos\theta$, $y=\tan\theta$ **のグラフ**

右図のように，角 θ の動径と単位円の交点を $\mathrm{P}(x,\ y)$ とすると $\boxed{\sin\theta=y\,,\cos\theta=x}$ である。



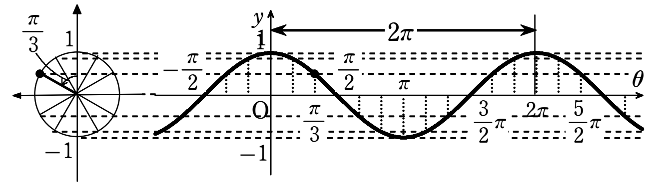
① $y=\sin\theta$ のグラフ

θ の各値に P の y 座標の値を対応させて $y=\sin\theta$ のグラフを描くと，次のようになる。



② $y=\cos\theta$ のグラフ

θ の各値に P の x 座標が対応するように，$y=\cos\theta$ のグラフを描くと，次のようになる。



$y=\sin\theta$，$y=\cos\theta$ のグラフは，2π ごとに同じ形が繰り返される。

この 2π を $y=\sin\theta$ や $y=\cos\theta$ の **周期** という。

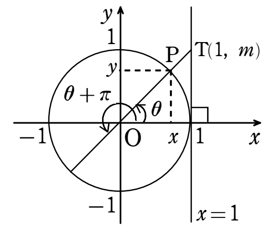
注意 4π や -6π なども $y=\sin\theta$ や $y=\cos\theta$ の周期であるが，普通，周期といえば，そのうちの正で最小のものを意味する。

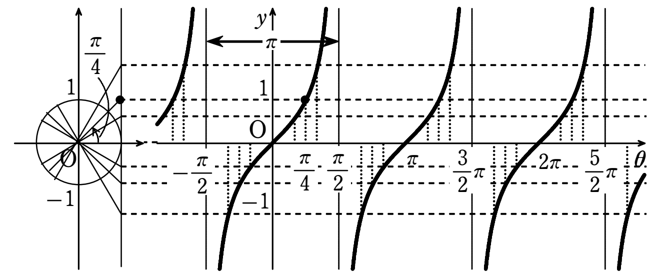
③$y=\tan\theta$ **のグラフ**

右図のように，角 θ の動径と単位円の交点を $\mathrm{P}(x,\ y)$，直線 $x=1$ と直線 OP の交点を $\mathrm{T}(1,\ m)$ とすると

$$\tan\theta=\frac{y}{x}=\frac{m}{1}=m$$

θ の各値に T の y 座標の値を対応させて $y=\tan\theta$ のグラフを描くと，次のようになる。





$\tan\theta$ は $\theta=\dfrac{\pi}{2}$ では定義されないが，θ が $\dfrac{\pi}{2}$ に限りなく近づくと，

$y=\tan\theta$ のグラフは直線 $\theta=\dfrac{\pi}{2}$ に限りなく近づく。グラフが限りなく近づく直線を，そのグラフの **漸近線** という。

$y=\sin k\theta$, $y=\cos k\theta$ の周期は $\boxed{}$ 、$y=\tan k\theta$ の周期は $\boxed{}$ である。