

1. a を実数とする。 x の関数 $f(x) = (1+2a)(1-x) + (2-a)x$ を考える。

$$f(x) = (-\boxed{\text{ア}}a + \boxed{\text{イ}})x + 2a + 1 \text{ である。}$$

(1) $0 \leq x \leq 1$ における $f(x)$ の最小値は、

$$a \leq \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ア}}} \text{ のとき, } \boxed{\text{ウ}}a + \boxed{\text{エ}} \text{ であり,}$$

$$a > \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ア}}} \text{ のとき, } \boxed{\text{オ}}a + \boxed{\text{カ}} \text{ である。}$$

(2) $0 \leq x \leq 1$ において、常に $f(x) \geq \frac{2(a+2)}{3}$ となる a の値の範囲は、

$$\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \leq a \leq \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \text{ である。}$$

(3) $0 \leq x \leq 1$ における $f(x)$ の最小値を $g(a)$ とおき、 a の関数と考える。

$$a \text{ が } \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \leq a \leq \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \text{ の範囲にあるとき, } g(a) \text{ の最小値は } \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \text{ であり,}$$

$$g(a) \text{ の最大値は } \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \text{ である。}$$

2. $a = \frac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{2}}, b = \frac{1-\sqrt{3}}{1-\sqrt{2}}$ とおく。

$$(1) ab = \boxed{\text{ア}}, a+b = \boxed{\text{イ}} (\boxed{\text{ウエ}} + \sqrt{\boxed{\text{オ}}}),$$

$$a^2+b^2 = \boxed{\text{カ}} (\boxed{\text{キ}} - \sqrt{\boxed{\text{ク}}}) \text{ である。}$$

(2) $ab = \boxed{\text{ア}}$ と $a^2+b^2+4(a+b) = \boxed{\text{ケコ}}$ から、 a は

$$a^4 + \boxed{\text{サ}}a^3 - \boxed{\text{シス}}a^2 + \boxed{\text{セ}}a + \boxed{\text{ソ}} = 0 \text{ を満たすことがわかる。}$$

3. 下の , , , , には, 次の ① ~ ③ のうちから当てはまるものを一つずつ選べ。ただし, 同じものを繰り返し選んでもよい。

① $>$ ② $<$ ③ \geq ④ \leq

a を定数とし, 連立不等式 $\begin{cases} x-6a \geq -1 & \dots\dots ① \\ |x+a-1| < 5 & \dots\dots ② \end{cases}$ を考える。

(1) $x=1$ が不等式 ① を満たすような a の値の範囲を表す不等式は a $\frac{\text{イ}}{\text{ウ}}$ である。

(2) $x=2$ が不等式 ① を満たさないような a の値の範囲を表す不等式は a $\frac{\text{オ}}{\text{カ}}$ である。

(3) $a=0$ のとき, 連立不等式 ①, ② の解は x である。

(4) 不等式 ② の解と, 連立不等式 ①, ② の解とが一致するような a の値の範囲を表す不等式は a $\frac{\text{スセ}}{\text{ソ}}$ である。

4. $A = \frac{1}{1+\sqrt{3}+\sqrt{6}}$, $B = \frac{1}{1-\sqrt{3}+\sqrt{6}}$ とする。

このとき, $AB = \frac{1}{(1+\sqrt{6})^2 - \text{ア}} = \frac{\sqrt{6} - \text{イ}}{\text{ウ}}$ であり, また

$\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \text{エ} + \text{オ} \sqrt{6}$ である。以上により, $A+B = \frac{\text{カ} - \sqrt{6}}{\text{キ}}$ となる。

5. 次の問いに答えよ。必要ならば、 $\sqrt{7}$ が無理数であることを用いてよい。

(1) A を有理数全体の集合、 B を無理数全体の集合とする。空集合を \emptyset と表す。

次の (i) ~ (iv) が真の命題になるように、 $\boxed{\text{ア}}$ ~ $\boxed{\text{エ}}$ に当てはまるものを、

下の ① ~ ⑤ のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

(i) $A \subset \boxed{\text{ア}} \cup \{0\}$ (ii) $\sqrt{28} \in \boxed{\text{イ}} B$

(iii) $A = \{0\} \cap \boxed{\text{ウ}} A$ (iv) $\emptyset = A \cap \boxed{\text{エ}} B$

① \in ② \supseteq ③ \subset ④ \supset ⑤ \cap ⑥ \cup

(2) 実数 x に対する条件 p, q, r を次のように定める。

p : x は無理数

q : $x + \sqrt{28}$ は有理数

r : $\sqrt{28}x$ は有理数

次の $\boxed{\text{オ}}$, $\boxed{\text{カ}}$ に当てはまるものを、下の ① ~ ③ のうちから一つずつ選べ。

ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

p は q であるための $\boxed{\text{オ}}$ 。

p は r であるための $\boxed{\text{カ}}$ 。

- ① 必要十分条件である
- ② 必要条件であるが、十分条件でない
- ③ 十分条件であるが、必要条件でない
- ④ 必要条件でも十分条件でもない

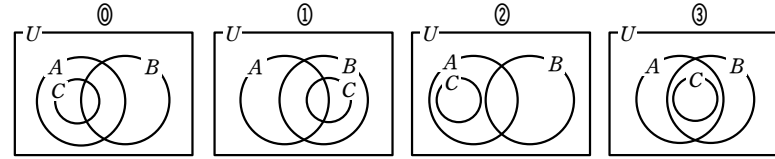
6. 1 から 100 までのすべての自然数の集合を全体集合 U とし、その部分集合 A, B, C を次のように定義する。

$A = \{x \mid x \text{ は偶数}\}$

$B = \{x \mid x \text{ は } 3 \text{ の倍数}\}$

$C = \{x \mid x \text{ は } 4 \text{ の倍数}\}$

(1) A, B, C の関係を表す図は、次の ① ~ ④ のうち $\boxed{\text{ア}}$ である。



(2) C の補集合を \overline{C} で表す。また、 x が集合 S の要素であることを $x \in S$ と表す。

$x \in C$ は $x \in A \cap B$ であるための $\boxed{\text{イ}}$ 。

$x \in A \cap \overline{C}$ は $x \in A$ であるための $\boxed{\text{ウ}}$ 。

$x \in A \cup B$ は「 $x \in A \cap \overline{C}$ または $x \in B$ 」であるための $\boxed{\text{エ}}$ 。

$x \in A \cup B$ は「 $x \in A$ または $x \in B \cap \overline{C}$ 」であるための $\boxed{\text{オ}}$ 。

$\boxed{\text{イ}}$ ~ $\boxed{\text{オ}}$ に当てはまるものを、次の ① ~ ④ のうちから一つずつ選べ。

ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

- ① 必要十分条件である
- ② 必要条件であるが、十分条件ではない
- ③ 十分条件であるが、必要条件ではない
- ④ 必要条件でも十分条件でもない

7. 三角形に関する条件 p, q, r を次のように定める。

p : 三つの内角がすべて異なる

q : 直角三角形でない

r : 45° の内角は一つもない

条件 p の否定を \overline{p} で表し、同様に $\overline{q}, \overline{r}$ はそれぞれ条件 q, r の否定を表すものとする。

(1) 命題「 $r \implies (p \text{ または } q)$ 」の対偶は「 $\boxed{\text{ア}} \implies \overline{r}$ 」である。

$\boxed{\text{ア}}$ に当てはまるものを、次の ① ~ ④ のうちから一つ選べ。

- ① $(p \text{ かつ } q)$
- ② $(\overline{p} \text{ または } q)$
- ③ $(\overline{p} \text{ かつ } \overline{q})$
- ④ $(\overline{p} \text{ または } \overline{q})$

(2) 次の ① ~ ④ のうち、命題「 $(p \text{ または } q) \implies r$ 」に対する反例となっている三角形は $\boxed{\text{イ}}$ と $\boxed{\text{ウ}}$ である。 $\boxed{\text{イ}}$ と $\boxed{\text{ウ}}$ に当てはまるものを、① ~ ④ のうちから一つずつ選べ。ただし、 $\boxed{\text{イ}}$ と $\boxed{\text{ウ}}$ の解答の順序は問わない。

- ① 直角二等辺三角形
- ② 正三角形
- ③ 頂角が 45° の二等辺三角形
- ④ 内角が $30^\circ, 45^\circ, 105^\circ$ の三角形
- ⑤ 三辺の長さが 3, 4, 5 の三角形

(3) r は $(p \text{ または } q)$ であるための $\boxed{\text{エ}}$ 。

$\boxed{\text{エ}}$ に当てはまるものを、次の ① ~ ④ のうちから一つ選べ。

- ① 必要十分条件である
- ② 必要条件であるが、十分条件ではない
- ③ 十分条件であるが、必要条件ではない
- ④ 必要条件でも十分条件でもない

8. 実数 x について、命題 A : 「 $x^2 > 2$ または $x^3 > 0$ 」ならば「 $x > 2$ 」を考える。

(1) 次の ア ~ エ に当てはまるものを、下の ① ~ ⑥ のうちから一つずつ選べ。

ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

命題 A の逆、対偶を考えると次のようになる。

逆 : 「 ア」ならば「 イ」

対偶 : 「 ウ」ならば「 エ」

- | | |
|---------------------------------|--------------------------------|
| ① $x^2 > 2$ または $x^3 > 0$ | ① $x^2 > 2$ かつ $x^3 > 0$ |
| ② $x^2 \leq 2$ または $x^3 \leq 0$ | ③ $x^2 \leq 2$ かつ $x^3 \leq 0$ |
| ④ $x > 2$ | ⑤ $x \leq 2$ |

(2) 次の オ に当てはまるものを、下の ① ~ ⑥ のうちから一つ選べ。

命題 A とその逆、対偶のうち、 オ が真である。

- | | |
|------------------|-------------------------|
| ① 命題 A のみ | ① 命題 A の逆のみ |
| ② 命題 A の対偶のみ | ③ 命題 A とその対偶の二つのみ |
| ④ 命題 A とその逆の二つのみ | ⑤ 命題 A の逆と命題 A の対偶の二つのみ |
| ⑥ 三つすべて | |

(3) 次の カ に当てはまるものを、下の ① ~ ③ のうちから一つ選べ。

実数 x についての条件「 $x^2 > 2$ または $x^3 > 0$ 」は、「 $x > 2$ 」であるための カ 。

- | | |
|---------------------|------------------|
| ① 必要条件であるが、十分条件ではない | |
| ① 十分条件であるが、必要条件ではない | |
| ② 必要十分条件である | ③ 必要条件でも十分条件でもない |

9. a を正の実数とし、実数 x に関する条件 p, q, r を次のように定める。

$$p : (x - 2\sqrt{3})(x - \sqrt{11}) > 0$$

$$q : x < a \text{ または } x > \frac{\sqrt{11}}{2}a$$

$r : x$ は整数である

(1) 次の ア に当てはまるものを、下の ① ~ ③ のうちから一つ選べ。

p は r であるための ア 。

- | |
|---------------------|
| ① 必要十分条件である |
| ① 十分条件であるが、必要条件ではない |
| ② 必要条件であるが、十分条件ではない |
| ③ 必要条件でも十分条件でもない |

(2) 条件 p の否定を \bar{p} 、 q の否定を \bar{q} と表し

$$A = \{x \mid x \text{ は } \bar{p} \text{ を満たす}\}$$

$$B = \{x \mid x \text{ は } \bar{q} \text{ を満たす}\}$$

と定める。 $A \cap B$ が空集合でないための必要十分条件は

$$\text{① } \leq a \leq \text{② } \sqrt{\text{③}}$$

が成り立つことである。

10. k を定数とする。自然数 m, n に関する条件 p, q, r を次のように定める。

$$p : m > k \text{ または } n > k$$

$$q : mn > k^2$$

$$r : mn > k$$

(1) 次の ア に当てはまるものを、下の ① ~ ③ のうちから一つ選べ。

p の否定 \bar{p} は ア である。

- | | |
|----------------------------|-----------------------------|
| ① $m > k$ または $n > k$ | ① $m > k$ かつ $n > k$ |
| ② $m \leq k$ かつ $n \leq k$ | ③ $m \leq k$ または $n \leq k$ |

(2) 次の イ ~ エ に当てはまるものを、下の ① ~ ③ のうちから一つずつ選べ。

ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

(i) $k = 1$ とする。

p は q であるための イ 。

(ii) $k = 2$ とする。

p は r であるための ウ 。

p は q であるための エ 。

- | | |
|--------------------|--------------------|
| ① 必要十分条件である | ① 必要条件であるが、十分条件でない |
| ② 十分条件であるが、必要条件でない | ③ 必要条件でも十分条件でもない |