15-1の別解

$f(x)=x^3-12x+4$

$f'(x)=3x^2-12=3(x+2)(x-2)$

$x\geqq 0$における$f(x)$の増減表は以下。

x	0	$\cdots$	2	$\cdots$
$f'(x)$		$-$	0	$+$
$f(x)$		$\searrow$	-12	$\nearrow$

最大値は $x=0$ または $x=a$ でとる。

$f(a)-f(0)$ ← 差をとって、大小比較

$=a^3-12a+4-4$

$=a(a+2\sqrt{3})\boxed{(a-2\sqrt{3})}$　aは正なので、$\boxed{}$によって符号(+,−)が決まる

よって・$0<a\leqq 2\sqrt{3}$のとき、$f(a)-f(0)\leqq 0$より、$f(a)\leqq f(0)$

　　$a>2\sqrt{3}$のとき、$f(a)-f(0)>0$より、$f(a)>f(0)$

$$\therefore\ (\text{最大値})=\begin{cases}4 & (0<a\leqq 2\sqrt{3})\\ a^3-12a+4 & (a>2\sqrt{3})\end{cases}$$

また、

$0<a<2$のとき、最小値は、$f(a)=a^3-12a+4$

$a\geqq 2$のとき、最小値は、$f(2)=-12$

$$\therefore\ (\text{最小値})=\begin{cases}a^3-12a+4 & (0<a<2)\\ -12 & (a\geqq 2)\end{cases}$$

(15-2の(2)の解答の修正)

解答自体は間違っていないのですが、
いきなり $f(x)=$〜と書いたと思うので、
少し付け加えて、丁寧にしておきます。

$x^3-2\geqq 3k(x^2-2)\iff x^3-3kx^2+6k-2\geqq 0$

$f(x)=x^3-3kx^2+6k-2$とおくと、求める条件は、
$f(x)\geqq 0$ が $x\geqq 0$において常に成り立つことである。

$f'(x)=3x^2-6kx$ …(以下、授業通り)

と書き始めるように修正いたします。