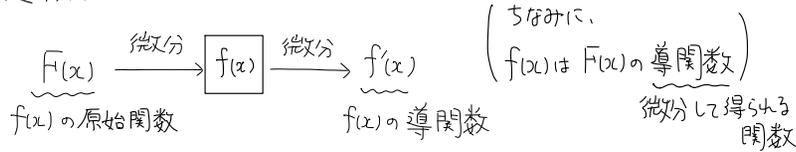


◎ 不定積分



導関数が $f(x)$ である(微分すると $f(x)$ になる)ような x の関数を $f(x)$ の **原始関数** という。 $F(x)$ が $f(x)$ の原始関数のとき、 $f(x)$ の任意の原始関数は、定数 C を用いて、 $F(x)+C$ と表せる。 $F(x)+C$ を $f(x)$ の **不定積分** といひ、 $\int f(x)dx$ と表す。

$$F(x) = f(x) \text{ のとき、 } \int f(x)dx = F(x) + C \text{ (Cは積分定数)}$$

(説明) 微分して $2x$ になる関数は無数にある ($2x$ の原始関数は1つではない)

| | | | |
|----------|---|----------|--|
| x^2 | → | $2x$ | x^2 や x^2+1 などとは、 $2x$ の <u>原始関数</u> の1つである。 (高校数学では、 不定積分の1つと言っても問題ない) |
| x^2+1 | → | $2x$ | |
| x^2+2 | → | $2x$ | |
| x^2+3 | → | $2x$ | |
| \vdots | → | \vdots | |

x^2+C (Cは任意の定数) ← これが $2x$ の不定積分 (う決めたから)

高校数学では、不定積分は、原始関数すべて を求めると思えばよい。

$2x$ の不定積分は、 x^2+C (Cは積分定数) であり、 $\int 2x dx = x^2+C$ と書く。

不定積分は、一般に、「原始関数の1つ」 + C と表せるので、

$\int 2x dx = x^2+10+C$ や $\int 2x dx = x^2-7+C$ でも間違いではないか?

($2x$ の原始関数の1つ) →

ふつう、原始関数の1つは、定数項が0であるものを使うのが一般的である。

◎ 定積分

$f(x)$ の原始関数の1つ $F(x)$ であるとき、
 2つの実数 a, b に対して、 $F(b)-F(a)$ の値は、原始関数 $F(x)$ の
 選ぶ方に関わらず、一定の値となる。

$F(b)-F(a)$ を $f(x)$ の a から b までの **定積分** といひ、 $\int_a^b f(x)dx$ と表す。

$$F'(x) = f(x) \text{ のとき、 } \int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

(説明) $f(x)$ の不定積分は、原始関数の1つ $F(x)$ と積分定数 C を用いて、

$$\int f(x)dx = F(x) + C \text{ と表すと決めたように、}$$

(定数項が0であるものを使うのが一般的)

(※) 定積分も同様に、原始関数 $F(x)$ は定数項が0であるものを使うのが一般的である。(定積分の値は、原始関数によらないので)

(※の理由)

① $\int_a^b 2x dx = [x^2]_a^b = b^2 - a^2$ ← $2x$ の原始関数の1つ

② $\int_a^b 2x dx = [x^2+1]_a^b = (b^2+1) - (a^2+1) = b^2 - a^2$ ←

③ $\int_a^b 2x dx = [x^2-5]_a^b = (b^2-5) - (a^2-5) = b^2 - a^2$ ←

$2x$ の原始関数の1つは、
 x^2, x^2+1, x^2-5 など
 無数にあるが、定数項は、
 差をとったときに消えるので、
 ①~③ のどれでもOKだが、
 ①で書くのが一般的。