

微分法 演習プリント No.1

1. [クリアー数学Ⅲ 問題150]

次の関数を微分せよ。ただし、 a は正の定数とする。

- (1) $y = e^{x \log x}$ (2) $y = 10^{\sin x}$ (3) $y = e^{-2x} \cos 2x$
(4) $y = \log |\log x|$ (5) $y = \log_x a$ (6) $y = \log(x + \sqrt{x^2 + 4})$
(7) $y = \log \left| \frac{2x-1}{2x+1} \right|$ (8) $y = \log \sqrt{\frac{x^2-1}{x^2+1}}$ (9) $y = \log \sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}}$

2. [クリアー数学Ⅲ 問題152]

関数 $y = \tan x$ $\left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right)$ の逆関数を $f(x)$ とする。

- (1) $f(x)$ の定義域, 値域を求めよ。
(2) $y = f(x)$ について, $\frac{dx}{dy}$ を y の関数として表せ。
(3) 導関数 $f'(x)$ を x の関数として表せ。

微分法 演習プリント No.1

3. [クリアー数学Ⅲ 問題159]

次の方程式で定められる x の関数 y について、 $\frac{dy}{dx}$ を求めよ。

(1) $(y+1)^2 = x^2 + x$

(2) $x^2 - xy - y^2 = 1$

(3) $x^3 + y^3 - 3xy = 0$

(4) $x^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{1}{3}} = 1$

4. [クリアー数学Ⅲ 問題164]

$\lim_{k \rightarrow 0} (1+k)^{\frac{1}{k}} = e$ を用いて、次の極限を求めよ。

(1) $\lim_{h \rightarrow 0} (1-4h)^{\frac{1}{h}}$

(2) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\log(1+2h)}{h}$

(3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+1} \right)^x$

5. [クリアー数学Ⅲ 問題165]

次の極限を求めよ。ただし、 a は定数とする。

(1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{x - 1}$

(2) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} \log \frac{x}{2}$

(3) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin^2 x - \sin^2 a}{x - a}$