積分法　基本事項

◎いろいろな関数の不定積分

1. ① $\int x^p dx = \frac{1}{p+1}x^{p+1} + C$ （$p \neq -1$）

   ② $\int \frac{1}{x} dx = \log|x| + C$

2. ① $\int \sin x\, dx = -\cos x + C$　　② $\int \cos x\, dx = \sin x + C$

   ③ $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$　　④ $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\frac{1}{\tan x} + C$

3. ① $\int e^x dx = e^x + C$　　② $\int a^x dx = \frac{a^x}{\log a} + C$

◎積分法で使う重要事項

不定積分の重要公式

1. $\int f(ax+b)dx = \frac{1}{a}F(ax+b) + C$　（$F'(x) = f(x)$, $a \neq 0$）

2. $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \log|f(x)| + C$

置換積分

$\int f(g(x))g'(x)dx = \int f(t)dt$　　（$g(x) = t$, $g'(x)dx = dt$）

部分積分

$\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx$

定積分と偶関数・奇関数

$f(x)$が偶関数のとき　$\int_{-a}^{a} f(x)dx = 2\int_{0}^{a} f(x)dx$

$f(x)$が奇関数のとき　$\int_{-a}^{a} f(x)dx = 0$

区分求積法

1. $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1} f\left(\frac{k}{n}\right) = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} f\left(\frac{k}{n}\right) = \int_0^1 f(x)dx$

2. ① $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{mn} f\left(\frac{k}{n}\right) = \int_0^m f(x)dx$

   ② $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\sum_{k=l}^{mn} f\left(\frac{k}{n}\right) = \int_l^m f(x)dx$

定積分と面積・体積

1. $S = \int_a^b \{f(x) - g(x)\}dx$（$a \leqq x \leqq b$ のとき，$f(x) \geqq g(x)$）（面積S）

2. ① $V = \int_a^b S(x)dx$　　（断面積と体積V）

   ② $V = \pi\int_a^b \{f(x)\}^2 dx = \pi\int_a^b y^2 dx$　（回転体の体積V）