

1. 次の式を和の形で書け。

(1) $\sum_{k=1}^n (6k-3)$ (2) $\sum_{k=4}^{20} 3 \cdot 2^k$ (3) $\sum_{k=1}^{n-1} \frac{k+2}{k}$

(1) $\sum_{k=1}^n (6k-3) = 3 + 9 + 15 + \cdots + (6n-3)$
(2) $\sum_{k=4}^{20} 3 \cdot 2^k = 3 \cdot 2^4 + 3 \cdot 2^5 + 3 \cdot 2^6 + \cdots + 3 \cdot 2^{20}$
(3) $\sum_{k=1}^{n-1} \frac{k+2}{k} = \frac{3}{1} + \frac{4}{2} + \frac{5}{3} + \cdots + \frac{n+1}{n-1}$

2. 次の式を和の記号 Σ を用いて書け。

(1) $2^5 + 2^6 + 2^7 + 2^8 + 2^9 + 2^{10}$ (2) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13$
(1) $2^5 + 2^6 + 2^7 + 2^8 + 2^9 + 2^{10} = \sum_{k=5}^{10} 2^k$
(2) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = \sum_{k=1}^7 (2k-1)$

3. 次の和を求めよ。

(1) $\sum_{k=1}^n (12k-7)$ (2) $\sum_{k=1}^n k(3k+4)$
(1) $\sum_{k=1}^n (12k-7) = 12 \sum_{k=1}^n k - \sum_{k=1}^n 7 = 12 \cdot \frac{1}{2} n(n+1) - 7n = 6n(n+1) - 7n = n(6n-1)$
(2) $\sum_{k=1}^n k(3k+4) = \sum_{k=1}^n (3k^2 + 4k) = 3 \sum_{k=1}^n k^2 + 4 \sum_{k=1}^n k = 3 \cdot \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1) + 4 \cdot \frac{1}{2} n(n+1)$
 $= \frac{1}{2} n(n+1)\{(2n+1)+4\} = \frac{1}{2} n(n+1)(2n+5)$

4. 次の和を求めよ。

(1) $2^2 + 5^2 + 8^2 + \cdots + (3n-1)^2$ (2) $\sum_{k=1}^n 7^{k-1}$

(1) これは、第 k 項が $(3k-1)^2$ である数列の、初項から第 n 項までの和である。
よって、求める和は

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n (3k-1)^2 &= \sum_{k=1}^n (9k^2 - 6k + 1) = 9 \sum_{k=1}^n k^2 - 6 \sum_{k=1}^n k + \sum_{k=1}^n 1 \\ &= 9 \cdot \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1) - 6 \cdot \frac{1}{2} n(n+1) + n \\ &= \frac{1}{2} n\{3(n+1)(2n+1) - 6(n+1) + 2\} = \frac{1}{2} n(6n^2 + 3n - 1) \end{aligned}$$

(2) $\sum_{k=1}^n 7^{k-1} = 1 + 7 + 7^2 + \cdots + 7^{n-1} = \frac{7^n - 1}{7 - 1} = \frac{1}{6} (7^n - 1)$