

2-2

★ 小数  $a$  ( $0 \leq a < 1$ ) について. $(a$  は、小数第  $n$  位に初めて 0 でない数字が現れる)

$$\Leftrightarrow 10^{-n} \leq a < 10^{-n+1}$$

(方針)

$(\frac{3}{5})^{30} = 10^p$  の形になおし、 $p$  の整数部分で桁数、 $p$  の小数部分で最高位の数 (0 でない数) を求める。

解答

$$\begin{aligned} & \log_{10} \left( \frac{3}{5} \right)^{30} \\ &= 30 \log_{10} \frac{6}{10} \\ &= 30 (\log_{10} 2 + \log_{10} 3 - \log_{10} 10) \\ &= 30 (0.3010 + 0.4771 - 1) \\ &= 30 \cdot (-0.2219) \\ &= -6.657 \end{aligned}$$

よって.

$$\left( \frac{3}{5} \right)^{30} = 10^{-6.657} \text{ より, } 10^{-7} \leq \left( \frac{3}{5} \right)^{30} < 10^{-6}$$

したがって.

$(\frac{3}{5})^{30}$  は、小数第 7 位 に初めて 0 でない数字が現れる。

$$\text{また, } \left( \frac{3}{5} \right)^{30} = 10^{-6.657} = 10^{0.343} \cdot 10^{-7} \dots \textcircled{1}$$

$$\text{ここで, } \log_{10} 2 = 0.3010 \text{ より, } 10^{0.3010} = 2$$

$$\log_{10} 3 = 0.4771 \text{ より, } 10^{0.4771} = 3$$

$$\text{よって, } 10^{0.3010} < 10^{0.343} < 10^{0.4771} \text{ より, } 2 < 10^{0.343} < 3$$

したがって.

求める数字は、 $\textcircled{1}$  より、2 (3)