複素数

◎ 複素数

1．虚数 i の定義：「ア．$i^2=-1$ 」あるいは、「イ．$\sqrt{-1}=i$ 」

2．複素数 … 実数 a , b と虚数単位 i を用いて「ウ．$a+bi$ 」で表せる数

3．複素数（ $a+bi$ ）：$\begin{cases} \text{実数}(\ b=0\ ) \\ \text{虚数}(\ b\neq0\ ), \text{純虚数}(\ a=0,\ b\neq0\ ) \end{cases}$

4．複素数 $a+bi$ について、a を「エ．実部 」、b を「オ．虚部 」という

5．２つの複素数 $a+bi$, $a-bi$ を互いに「カ．共役（やく）な複素数 」という

6．虚数を数直線上にとることはできない

つまり、虚数には「キ．大小関係 」が存在しない

（虚数と不等号を一緒に使うことはない）

7．２次方程式の解の公式

２次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解は、$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

特に、b が２で割れるとき、$b'=\dfrac{b}{2}$ とおくと、$x=\dfrac{-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}}{a}$

8．実数係数の２次方程式と判別式

実数係数の２次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の判別式を D とする。

①「ク．$D>0$ 」 $\Longleftrightarrow$ 異なる２つの実数解をもつ

②「キ．$D=0$ 」 $\Longleftrightarrow$ 重解をもつ

③「ケ．$D<0$ 」 $\Longleftrightarrow$ 異なる２つの虚数解をもつ

補足 $D/4$ について、

$D=b^2-4ac$ であり、$b'=\dfrac{b}{2}$ とおくと、$b=2b'$ である。

$b=2b'$ を $D=b^2-4ac$ に代入すると、

$D=4b'^2-4ac$ 　　$\therefore D/4=b'^2-ac$

8．虚数係数の２次方程式

虚数係数の２次方程式では、基本的に「解の公式」と「判別式」を使わない。

（むしろ、「使えない」くらいの気持ちで大丈夫）

研究

（その１）

$x^2-ix-2=0$ の判別式を D とすると、$D=(-i)^2-4\cdot1\cdot(-2)=7>0$

ちなみに、解の公式を用いると、解を求めると、$x=\dfrac{i\pm\sqrt{7}}{2}$ である。

$D>0$ なのに、異なる２つの虚数解となっていて、いつものルールが使えない。

（その２）

$x^2-x+1+i=0$ の判別式を D とすると、$D=1-4(1+i)=-3-4i$

i には大小関係が存在しないため、$D>0$, $D=0$, $D<0$ のいずれでもない。

ちなみに、解の公式を用いて、解を求めると、$x=\dfrac{1\pm\sqrt{-3-4i}}{2}$ である。

数学的に根号内に i が残ってはいけないわけではないが、実は、

$\dfrac{1\pm\sqrt{-3-4i}}{2}$ は頑張って計算すると、i と $1-i$ となる。

根号内に i が残るとその処理は大変であるので、基本的には根号内に i が残るような解法をとったのであれば、別の解法を探すのがよい。