極限 演習プリント No.1

1. [クリアー数学Ⅲ 問題48]

次の極限を求めよ。

$$(1) \quad \lim_{n \to \infty} n^2 \left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n} \right)$$

(2)
$$\lim_{n \to \infty} \left(\frac{3n^2 + n + 1}{n + 1} - 3n \right)$$

$$(3) \quad \lim n(\sqrt{n^2+2}-n)$$

(4)
$$\lim \sqrt{n+1} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n-1})$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n}{\sqrt{n^2+2}-\sqrt{n}}$$

(1)
$$\lim_{n \to \infty} n^2 \left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n} \right)$$
 (2) $\lim_{n \to \infty} \left(\frac{3n^2 + n + 1}{n+1} - 3n \right)$ (3) $\lim_{n \to \infty} n (\sqrt{n^2 + 2} - n)$ (4) $\lim_{n \to \infty} \sqrt{n+1} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n-1})$ (5) $\lim_{n \to \infty} \frac{n}{\sqrt{n^2 + 2} - \sqrt{n}}$ (6) $\lim_{n \to \infty} \frac{\sqrt{n+5} - \sqrt{n+2}}{\sqrt{n+3} - \sqrt{n+1}}$

2. [クリアー数学Ⅲ 問題47]

次の極限を求めよ。

$$(1) \quad \lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} \cos \frac{n\pi}{4}$$

(2)
$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sin^2 n\theta}{n^2+1}$$
 (θ は定数)

3. [クリアー数学Ⅲ 問題55]

数列 $\left\{ \left(\frac{2x}{x-1} \right)^n \right\}$ が収束するような x の値の範囲を求めよ。

4. [クリアー数学Ⅲ 問題56]

rは定数とする。次の数列の極限を調べよ。

$$(1) \quad \left\{ \frac{1}{1+r^{2n}} \right.$$

(1)
$$\left\{\frac{1}{1+r^{2n}}\right\}$$
 (2) $\left\{\frac{r^{2n}+r^n}{r^{2n}+2}\right\}$