

☆ 相加・相乗平均の関係の使える場面

1. 積が一定のときの和の最小値

2. 和が一定のときの積の最大値

(ポイント)

・ 積が一定(定数)となるような和の形を作る

今回は、 $x-2 + \frac{(\text{定数})}{x-2} + ④$  の形

・ 相加・相乗平均の関係をを用いて、最小値を求めるときは、等号成立条件を調べて、 $x$  の存在を確認してから、最小値〜とかく。

アウテム

$$\frac{(\text{割らる式})}{(\text{割る式})} = \frac{(\text{割る式}) \times (\text{商}) + (\text{余り})}{(\text{割る式})} \leftarrow \text{除法の原理}$$

$$\downarrow \frac{b+c}{a} = \frac{b}{a} + \frac{c}{a}$$

$$= \frac{(\text{余り})}{(\text{割る式})} + (\text{商})$$

「分子に余りが余る」と覚えるとい

解答

$$f(x) = \frac{x^2 + 8x + 5}{x-2}$$

$$= x + 10 + \frac{25}{x-2}$$

$$= x-2 + \frac{25}{x-2} + 12$$

$$x > 2 \text{ より, } x-2 > 0, \frac{25}{x-2} > 0$$

よって、相加・相乗平均の関係より、

$$x-2 + \frac{25}{x-2} + 12 \geq 2\sqrt{(x-2) \cdot \frac{25}{x-2}} + 12 = 22$$

$$\therefore f(x) \geq 22$$

$$\text{等号成立条件は、} x-2 = \frac{25}{x-2} \text{ より、}$$

$$(x-2)^2 = 25$$

$$x > 2 \text{ より, } x-2 = 5 \quad \therefore x = 7$$

よって、

$$x = \underline{7} \text{ のとき、最小値 } \underline{22}$$