

複素数

◎ 複素数

- 虚数 i の定義：「ア. $i^2 = -1$ 」あるいは、「イ. $i = \sqrt{-1}$ 」
- 複素数 … 実数 a, b と虚数単位 i を用いて「ウ. $a+bi$ 」で表せる数
- 複素数 () : $\begin{cases} \text{実数 ()} \\ \text{虚数 ()}, \text{純虚数 ()} \end{cases}$
- 複素数 $a+bi$ について、 a を「エ. 実部 」、 b を「オ. 虚部 」という
- 2つの複素数 $a+bi, a-bi$ を互いに「カ. 共役複素数 」という
- 虚数を数直線上にとることはできない
つまり、虚数には「キ. 絶対値 」が存在しない
(虚数と不等号を一緒に使うことはない)
- 2次方程式の解の公式
2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解は、 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
特に、 b が2で割れるとき、 $b' = \frac{b}{2}$ とおくと、 $x = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2-ac}}{a}$
- 実数係数の2次方程式と判別式
実数係数の2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の判別式を D とする。
 - 「ク. $D > 0$ 」 \Leftrightarrow 異なる2つの実数解をもつ
 - 「キ. $D = 0$ 」 \Leftrightarrow 重解をもつ
 - 「ケ. $D < 0$ 」 \Leftrightarrow 異なる2つの虚数解をもつ

補足 $D/4$ について、

$D = b^2 - 4ac$ であり、 $b' = \frac{b}{2}$ とおくと、 $b = 2b'$ である。

$b = 2b'$ を $D = b^2 - 4ac$ に代入すると、
 $D = 4b'^2 - 4ac \quad \therefore D/4 = b'^2 - ac$

8. 虚数係数の2次方程式

虚数係数の2次方程式では、基本的に「解の公式」と「判別式」を使わない。
(むしろ、「使えない」くらいの気持ちで大丈夫)

研究

(その1)

$x^2 - ix - 2 = 0$ の判別式を D とすると、 $D = (-i)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 7 > 0$

ちなみに、解の公式を用いると、解を求めると、 $x = \frac{i \pm \sqrt{7}}{2}$ である。

$D > 0$ なのに、異なる2つの虚数解となっていて、いつものルールが使えない。

(その2)

$x^2 - x + 1 + i = 0$ の判別式を D とすると、 $D = 1 - 4(1+i) = -3 - 4i$

i には大小関係が存在しないため、 $D > 0, D = 0, D < 0$ のいずれでもない。

ちなみに、解の公式を用いて、解を求めると、 $x = \frac{1 \pm \sqrt{-3-4i}}{2}$ である。

数学的に根号内に i が残ってはいけなわけではないが、実は、

$\frac{1 \pm \sqrt{-3-4i}}{2}$ は頑張って計算すると、 i と $1-i$ となる。

根号内に i が残るとその処理は大変であるので、基本的には根号内に i が残るような解法をとったのであれば、別の解法を探すのがよい。