等差数列の基本問題　見本

1．次のような等差数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。また，第 10 項を求めよ。

(1)　初項 5，公差 7　　　(2)　初項 3，公差 -6

(3)　13，6，-1，-8，……

2．第 5 項が 1，第 11 項が -29 である等差数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

3．初項 9，公差 7 の等差数列 $\{a_n\}$ について，次の問いに答えよ。

(1)　128 は第何項か。

(2)　初めて 350 を超えるのは第何項か。

4．次のような等差数列の和 S を求めよ。

(1)　初項 4，末項 28，項数 10　　　(2)　初項 2，末項 97，項数 20

5．初項 3，公差 5 の等差数列の初項から第 15 項までの和 S を求めよ。

6．初項 10，公差 4 の等差数列の初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。

7．次の等差数列の和 S を求めよ。

28，32，36，……，104

1．（アイテム）

等差数列の一般項 $a_n = a+(n-1)d$　（a:初項, d:公差）

(1)　$a_n = 5+(n-1)\cdot 7$ より．$\underline{a_n = 7n-2}$

また，$a_{10} = 70-2 = \underline{68}$

(2)　$a_n = 3+(n-1)\cdot(-6)$ より，$\underline{a_n = -6n+9}$

また，$a_{10} = -60+9 = \underline{-51}$

(3)　$\{a_n\}$: 13, 6, -1, -8, ⋯ より．

$\{a_n\}$の初項は 13，公比は -7 である。

よって．

$a_n = 13+(n-1)\cdot(-7)$ より．$\underline{a_n = -7n+20}$

また，$a_{10} = -70+20 = \underline{-50}$

2．$\{a_n\}$の初項をa，公差をdとすると．

$a_5 = 1$ より，$a+4d = 1$ ⋯①

$a_{11} = -29$ より，$a+10d = -29$ ⋯②

①，②より，$a=21$, $d=-5$

よって．

$a_n = 21+(n-1)\cdot(-5)$ より．$\underline{a_n = -5n+26}$

3．(1)　$a_n = 9+(n-1)\cdot 7$ より．$a_n = 7n+2$

$a_n = 128$ のとき，$7n+2 = 128$　∴ $n = 18$

よって，$\underline{第18項}$

(2)　$a_n > 350$ のとき．

$7n+2 > 350$　∴ $n > \frac{348}{7}$ ⋯①

$\frac{348}{7} = 49.7\cdots$ より．

①をみたす最小の自然数nは，$n=50$

よって．$\underline{第50項}$

4．（アイテム）

等差数列の和 $S_n = \frac{1}{2}n(a+\ell)$　（a:初項, n:項数）

$\ell = a+(n-1)d$ より $S_n = \frac{1}{2}n\{2a+(n-1)d\}$　（d:公差）

(1)　$S = \frac{1}{2}\cdot 10(4+28) = 5\cdot 32 = \underline{160}$　　$\frac{1}{2}$(項数)(初項+末項)

(2)　$S = \frac{1}{2}\cdot 20(2+97) = 10\cdot 99 = \underline{990}$

5．$S = \frac{1}{2}\cdot 15(2\cdot 3+14\cdot 5) = 15(3+35) = 15\cdot 38 = \underline{570}$

$\frac{1}{2}n\{2a+(n-1)d\}$

(別解)　この数列を$\{a_n\}$とすると．$a_{15} = 3+14\cdot 5 = 73$　末項

よって．

$S = \frac{1}{2}\cdot 15(3+73) = 15\cdot 38 = \underline{570}$

6．$S_n = \frac{1}{2}n\{2\cdot 10+(n-1)\cdot 4\} \leftarrow \frac{1}{2}n\{2a+(n-1)d\}$

$= n\{10+2(n-1)\}$　　$2n+8 = 2(n+4)$

$= \underline{2n(n+4)}$

(別解)　この数列を$\{a_n\}$とすると．

$a_n = 10+(n-1)\cdot 4$ より．$a_n = 4n+6$　　$\frac{1}{2}$(項数)(初項+末項)

よって．

$S_n = \frac{1}{2}n(10+4n+6) = \underline{2n(n+4)}$

7．（ポイント）項数をnとすると，

この数列の末項104が第n項目である。

$\boxed{解答}$ 項数を n とすると．

$28+(n-1)\cdot 4 = 104$

$7+n-1 = 26$　÷4

$n = 20$

よって．

$S = \frac{1}{2}\cdot 20(28+104) = 10\cdot 132 = \underline{1320}$