等差数列の基本問題　自学自習用の解答

1．次のような等差数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。また，第 20 項を求めよ。

(1)　初項 -2，公差 5　　(2)　初項 7，公差 -2

(3)　-8，-6，-4，-2，……

(1)　一般項は　$a_n=-2+(n-1)\cdot 5$　すなわち　$a_n=5n-7$

また，第 20 項は　$a_{20}=5\cdot 20-7=93$

(2)　一般項は　$a_n=7+(n-1)\cdot(-2)$　すなわち　$a_n=-2n+9$

また，第 20 項は　$a_{20}=-2\cdot 20+9=-31$

(3)　公差を d とすると，$-8+d=-6$ より　$d=-6-(-8)=2$

よって，一般項は　$a_n=-8+(n-1)\cdot 2$　すなわち　$a_n=2n-10$

また，第 20 項は　$a_{20}=2\cdot 20-10=30$

2．第 3 項が 16，第 8 項が 41 である等差数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

初項を a，公差を d とすると　$a_n=a+(n-1)d$

第 3 項が 16 であるから　$a+2d=16$　…… ①

第 8 項が 41 であるから　$a+7d=41$　…… ②

①，② を解くと　$a=6$，$d=5$

よって，一般項は　$a_n=6+(n-1)\cdot 5$　すなわち　$a_n=5n+1$

3．初項 3，公差 6 の等差数列 $\{a_n\}$ について，次の問いに答えよ。

(1)　135 は第何項か。

(2)　初めて 450 を超えるのは第何項か。

一般項は　$a_n=3+(n-1)\cdot 6$　すなわち　$a_n=6n-3$

(1)　$6n-3=135$ を解くと　$n=23$　よって　第 23 項

(2)　$6n-3>450$ より　$n>\dfrac{151}{2}$　すなわち　$n>75.5$

これを満たす最小の自然数 n は　$n=76$　よって　第 76 項

4．次のような等差数列の和 S を求めよ。

(1)　初項 3，末項 36，項数 12　　(2)　初項 9，末項 55，項数 17

(1)　$S=\dfrac{1}{2}\cdot 12(3+36)=234$

(2)　$S=\dfrac{1}{2}\cdot 17(9+55)=544$

5．初項 2，公差 -3 の等差数列の初項から第 10 項までの和 S を求めよ。

$S=\dfrac{1}{2}\cdot 10\{2\cdot 2+(10-1)\cdot(-3)\}=-115$

6．初項 1，公差 6 の等差数列の初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。

$S_n=\dfrac{1}{2}n\{2\cdot 1+(n-1)\cdot 6\}=\dfrac{1}{2}n(6n-4)=n(3n-2)$

7．次の等差数列の和 S を求めよ。

88，83，78，……，13

この等差数列の初項は 88，公差は -5 である。

項数を n とすると　$88+(n-1)\cdot(-5)=13$　これを解くと　$n=16$

よって　$S=\dfrac{1}{2}\cdot 16(88+13)=808$